

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# **ZAVRŠNI RAD**

**Lovro Kostur**

Zagreb, 2018.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# **ZAVRŠNI RAD**

Mentor:

Doc. dr. sc. Mislav Čehil, dipl. ing.

Student:

Lovro Kostur

Zagreb, 2018.

## **IZJAVA**

Izjavljujem da sam ovaj rad radio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se mentoru doc. dr. sc. Mislavu Čehilu na razumijevanju i ukazanoj pomoći pri izradi ovog rada.

U Zagrebu, veljača 2018.

Lovro Kostur



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
**FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE**



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za završne ispite studija strojarstva za smjerove:  
procesno-energetski, konstrukcijski, brodstrojarski i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

## ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Lovro Kostur**

Mat. br.: 0035199799

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Analiza grijanja stambenog prostora podnim grijanjem**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Analysis of Underfloor Heating of Living Space**

Opis zadatka:

Izradom matematičkog modela u programskom paketu Simulink® moguće je kod intermitentnog načina grijanja odrediti temperaturno polje poda s podnim grijanjem.

U radu je potrebno:

1. Modificirati postojeći matematički model napisan u Simulink®-u tako da se umjesto postojećih 5 kontrolnih volumena koristi 20 kontrolnih volumena koji okružuju cijev u grijanom podu.
2. Analizirati toplinske gubitke prema okolišu.
3. Odrediti temperaturno polje poda te utjecaj na neželjeno pregrijavanje prostorije zbog toplinske inercije poda s promjenom debljine betona iznad cijevi podnog grijanja.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:

30. studenog 2017.

Rok predaje rada:

1. rok: 23. veljače 2018.

2. rok (izvanredni): 28. lipnja 2018.

3. rok: 21. rujna 2018.

Predviđeni datumi obrane:

1. rok: 26.2. - 2.3. 2018.

2. rok (izvanredni): 2.7. 2018.

3. rok: 24.9. - 28.9. 2018.

Zadatak zadao:

Doc. dr. sc. Mislav Čehil

Predsjednik Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Igor Balen

**SADRŽAJ**

SADRŽAJ.....	3
POPIS SLIKA.....	5
POPIS TABLICA.....	6
POPIS DIJAGRAMA.....	7
POPIS OZNAKA.....	8
SAŽETAK.....	12
SUMMARY.....	13
1. UVOD.....	14
1.1. Toplinska ugodnost.....	14
1.2. Unutarnja i vanjska projektna temperatura.....	16
1.3. Projektni toplinski gubici prostorije.....	16
1.3.1. Projektni transmisijski gubici.....	16
1.3.2. Projektni ventilacijski gubici.....	17
1.4. Podjela sustava grijanja.....	18
1.5. Podno grijanje.....	18
2. TERMODINAMIČKE OSNOVE.....	21
2.1. Provođenje topline.....	21
2.2. Konvekcija.....	23
2.3. Zračenje.....	24
2.4. Koeficijent prolaza topline.....	25
3. MATEMATIČKI MODEL.....	27
3.1. Opis prostorije.....	27
3.2. Geometrijska mreža elemenata.....	29
3.3. Proračun temperatura.....	30
3.3.1. Površine izmjene topline.....	30
3.3.1.1. Geometrijska mreža elemenata.....	30
3.3.1.2. Gubitak topline kroz vanjske zidove.....	31
3.3.1.3. Gubitak topline kroz prozore.....	31
3.3.2. Koeficijenti prijelaza topline.....	31
3.3.2.1. Koeficijenti prijelaza topline unutar geometrijske mreže elemenata.....	31

3.3.2.2. Koeficijenti prolaza topline kroz vanjske zidove.....	32
3.3.2.3. Koeficijenti prolaza topline kroz prozore.....	33
3.3.3. Toplinski tokovi.....	33
3.3.3.1. Toplinski tokovi unutar geometrijske mreže elemenata.....	33
3.3.3.2. Toplinski tok kroz vanjske zidove.....	34
3.3.3.3. Toplinski tok kroz prozore.....	35
3.3.3.4. Ventilacijski gubici.....	35
3.4. Proračun temperatura.....	35
3.4.1. Temperatura vode.....	35
3.4.2. Temperature segmenata geometrijske mreže elemenata.....	36
3.4.3. Temperatura zraka u prostoriji.....	36
3.4.4. Temperature segmenata zidova i prozora.....	37
4. REZULTATI.....	38
4.1. Odabrano referentno stanje.....	38
4.2. Promjena visine glazure.....	42
4.2.1. Pojava maksimuma vršne temperature.....	47
4.3. Promjena temperature polaza.....	47
4.4. Promjena brzine strujanja vode.....	51
5. ZAKLJUČAK.....	55
LITERATURA.....	56
PRILOZI.....	57

**POPIS SLIKA**

Slika 1.	Razdioba temperature po visini prostorije za različiti položaj ogrjevnog tijela.....	18
Slika 2.	Osnovni načini postavljanja cijevi.....	19
Slika 3.	Pojednostavljena shema podnog grijanja.....	20
Slika 4.	Prikaz prolaza topline kroz zid, bez izolacije i sa izolacijom.....	26
Slika 5.	Tlocrt prostorije.....	27
Slika 6.	Poprečni presjek prozora i zida po visini prostorije.....	28
Slika 7.	Diskretizacija geometrijske mreže elemenata.....	29

## **POPIS TABLICA**

Tablica 1.	Orijentacijske vrijednosti koeficijenta konvektivnog prijelaza topline.....	24
------------	---	----



## POPIS DIJAGRAMA

Dijagram 1.	Ovisnost PPD indeksa o PMV indeksu.....	15
Dijagram 2.	Odziv temperature zraka u prostoriji za referentni slučaj.....	39
Dijagram 3.	Detalj profila temperature referentnog slučaja.....	40
Dijagram 4.	Toplina grijača za referentni slučaj.....	41
Dijagram 5.	Detalj prikaza topline grijača za referentni slučaj.....	41
Dijagram 6.	Odzivi temperature zraka pri promjeni visine glazure.....	43
Dijagram 7.	Ukupni toplinski gubici pri promjeni visine glazure.....	44
Dijagram 8.	Toplinski gubici prema tlu pri promjeni visine glazure.....	45
Dijagram 9.	Toplinski gubici prema okolišu pri promjeni visine glazure.....	45
Dijagram 10.	Snaga grijača tokom jednog ciklusa ovisno o visini glazure.....	46
Dijagram 11.	Prikaz postojanja maksimuma vršnih temperatura.....	47
Dijagram 12.	Odzivi temperature zraka pri promjeni temperature polaza.....	48
Dijagram 13.	Ukupni toplinski gubici pri promjeni temperature polaza.....	49
Dijagram 14.	Toplinski gubici prema okolišu pri promjeni temperature polaza.....	49
Dijagram 15.	Toplinski gubici prema tlu pri promjeni temperature polaza.....	50
Dijagram 16.	Snaga grijača tokom jednog ciklusa ovisno o temperaturi polaza.....	51
Dijagram 17.	Odzivi temperature zraka pri promjeni brzine strujanja vode.....	52
Dijagram 18.	Ukupni toplinski gubici pri promjeni brzine strujanja vode.....	52
Dijagram 19.	Toplinski gubici prema okolišu pri promjeni brzine strujanja vode.....	53
Dijagram 20.	Toplinski gubici prema tlu pri promjeni brzine strujanja vode.....	53
Dijagram 21.	Snaga grijača tokom jednog ciklusa pri promjeni brzine strujanja vode.....	54

**POPIS OZNAKA**

<b>Oznaka</b>	<b>Jedinica</b>	<b>Opis</b>
$A$	$m^2$	Površina izmjene topline
$A_z$	$m^2$	Površina vanjskih zidova
$c, d, h$	m	Dimenzije prostorije
$A_{pr}$	$m^2$	Površina prozora
$a_{pr}, b_{pr}$	m	Dimenzije prozora
$A_a, A_b, A_{gl}$	$m^2$	Površine izmjene topline
$a, b, gl$	m	Dimenzije unutar geometrijske mreže
$ACH$	$h^{-1}$	Broj izmjena zraka
$b_u$	-	Faktor smanjenja temperature razlike
$C_c$	$W/(m^2(100K)^4)$	Konstanta zračenja crnog tijela
$c_p$	J/kgK	Specifični toplinski kapacitet pri konstantnom tlaku
$c_{gl}$	J/kgK	Specifični toplinski kapacitet betona
$c_{p,zr}$	J/kgK	Specifični toplinski kapacitet zraka pri konstantnom tlaku
$d_{cij}$	m	Debljina stijenke cijevi
$d_{stt}$	m	Debljina sloja izolacije prema tlu
$d_b$	m	Debljina vanjskog zida
$d_{pr}$	m	Debljina prozorskog stakla

$H_{T,ie}$	W/K	Koeficijent transmisijskog gubitka od grijanog prostora prema vanjskom okolišu
$H_{T,iue}$	W/K	Koeficijent transmisijskog gubitka od grijanog prostora kroz negrijani prostor prema vanjskom okolišu
$H_{T,ig}$	W/K	Stacionarni koeficijent transmisijskog gubitka od grijanog prostora prema tlu
$H_{T,ij}$	W/K	Koeficijent transmisijskog gubitka od grijanog prostora prema susjednom grijanom prostoru
$H_{V,i}$	W/K	Koeficijent ventilacijskih toplinskih gubitaka
$k$	W/m <sup>2</sup> K	Koeficijent prolaza topline
$L$	m	duljina segmenta cijevi
$M_w$	kg	Masa vode u jednom segmentu
$m_w$	kg/s	Protočna masa vode
$m_i$	kg	Masa pojedinog geometrijskog elementa
$n$	m	Jedinični vektor u smjetu normale
$q$	W/m <sup>2</sup>	Gustoća toplinskog toka
$T_p$	°C	Temperatura zraka u prostoriji
$T_t$	°C	Temperatura tla
$T_{vz1}$	°C	Temperatura prvog segmenta vanjskog zida
$T_{pr1}$	°C	Temperatura prvog segmenta prozora
$T_{0l}$	°C	Temperatura vode na polazu

$v_w$	m/s	Brzina strujanja vode
$V_i$	m <sup>3</sup>	Volumenski protok zraka u grijani prostor
$V$	m <sup>3</sup>	Volumen prostorije
$\alpha$	W/m <sup>2</sup> K	Koeficijent prijelaza topline
$\alpha_w$	W/m <sup>2</sup> K	Koeficijent prijelaza topline sa strane vode
$\alpha_z$	W/m <sup>2</sup> K	Koeficijent prijelaza topline zračenjem
$\alpha_u$	W/m <sup>2</sup> K	Sveukupni koeficijent prijelaza topline
$\alpha_z$	W/m <sup>2</sup> K	Koeficijent prijelaza topline prema zraku u prostoriji
$\alpha_u$	W/m <sup>2</sup> K	Koeficijent prijelaza topline sa unutarnje strane vanjskog zida
$\alpha_v$	W/m <sup>2</sup> K	Koeficijent prijelaza topline prema okolišu
$\delta_i$	m	Debljina pojedinog sloja
$\delta_b$	m	Debljina segmenta vanjskog zida
$\varepsilon$	-	Emisijski faktor
$\vartheta$	°C	Temperatura
$\vartheta_{inti}$	°C	Unutarnja projektna temperatura grijanog prostora
$\vartheta_e = T_v$	°C	Vanjska projektna temperatura
$\vartheta_u$	°C	Temperatura negrijanog prostora
$\vartheta_s$	°C	Temperatura stijenke
$\vartheta_\infty$	°C	Temperatura neporemećene struje fluida

$\lambda$	W/mK	Koeficijent toplinske provodljivosti
$\lambda_{cij}$	W/mK	Koeficijent provođenja topline kroz stijenku cijevi
$\lambda_{st}$	W/mK	Koeficijent provođenja topline kroz izolacijski sloj
$\lambda_{gl} = \lambda_b$	W/mK	Koeficijent provođenja topline kroz beton
$\lambda_{pr}$	W/mK	Koeficijent provođenja kroz prozorsko staklo
$\rho$	kg/m <sup>3</sup>	Gustoća
$\rho_{gl}$	kg/m <sup>3</sup>	Gustoća betona
$\rho_z$	kg/m <sup>3</sup>	Gustoća zraka
$\Phi$	W	Toplinski tok
$\Phi_i$	W	Projektni toplinski gubitak prostorije
$\Phi_{T,i}$	W	Projektni transmisijski gubitak prostorije
$\Phi_{V,i}$	W	Projektni ventilacijski gubitak prostorije
$\Phi_u$	W	Sveukupni toplinski tok
$\Phi_{zr}$	W	Toplinski tok uslijed zračenja
$\Phi_k$	W	Toplinski tok uslijed konvekcije

## SAŽETAK

Svrha ovog rada je proračun sustava podnog grijanja pri opskrbi stambenog prostora toplinskom energijom u svrhu ostvarivanja toplinske ugodnosti za vrijeme sezone grijanja. Naglasak je u radu stavljen na promjenu različitih parametara (visina betonske glazure, temperatura vode na polazu i brzina strujanja vode) te promatranje njihovog utjecaja na toplinska svojstva prostora. Pritom se ponajprije misli na proučavanje svojstava sustava koji koristi akumulaciju toplinske energije u masi betonske glazure koja značajno utječe na inerciju sustava grijanja. Proračun je, dakle, proveden za različite vrijednosti navedenih parametara te je prikazano kako oni djeluju na ponašanje sustava, primarno utroška toplinske energije i temperature zraka u prostoriji.

Sam proračun, odnosno simulacija, izvršen je pomoću računalnog programa MATLAB, točnije u potprogramu Simulink. Oni su korišteni radi visoke razine interaktivnosti te mogućnosti vizualizacije pri obradi signala i prikazu rezultata simulacije pomoću potprograma Simulink.

Ključne riječi: podno grijanje, akumulacija toplinske energije, utrošak energije, temperatura zraka, inercija.

## SUMMARY

The purpose of this thesis is the analysis of an underfloor heating system used for the purpose of supplying a living space with heat in order to achieve thermal comfort during the heating season. The emphasis of the thesis is put on alternating different parameters (concrete layer height, starting point water temperature and water speed) and observing their effect on thermal conditions inside the living space. The thesis mostly covers the observation of the properties of heat accumulation systems by simulating the process of heat accumulation using the thermal capacity of the concrete layer, which significantly influences the inertia of underfloor heating systems. The analysis was conducted using different values of the above mentioned parameters, and their effects on the system behaviour, primarily energy consumption and air temperature, are presented and explained.

Behaviour of the underfloor heating system was simulated using the programming tool MATLAB, specifically its subprogram Simulink. MATLAB and Simulink were chosen due to their high level of interactivity and the ability of visualization during signal treatment and their result displaying abilities.

Key words: underfloor heating, heat accumulation, energy consumption, air temperature, inertia.

## 1. UVOD

Pojmovi grijanja i hlađenja označavaju nastojanje čovjeka da postigne uvjete toplinske ugodnosti svog boravka, boravka drugih ljudi, ili životinja, u određenom prostoru. Pritom su od izrazite važnosti bilance topline koje određuju hoće li ostvarivanje toplinske ugodnosti biti uspješno ili će biti potrebno potražiti neko drugo rješenje. U nastavku rada detaljnije će biti objašnjeni pojmovi toplinske ugodnosti, unutarnje i vanjske projektne temperature te će biti navedeni i pojašnjeni osnovni principi grijanja prostora, a posebno princip podnog grijanja, koji je ujedno i tema ovog rada.

### 1.1. Toplinska ugodnost

Toplinska ugodnost predstavlja stanje svijesti koje izražava zadovoljstvo stanjem okoliša<sup>1</sup>. Time je opisana isključivo čovjekova percepcija okoliša, što znači da je osjećaj toplinske ugodnosti isključivo individualan te se mijenja od osobe do osobe onako kako se mijenjaju trenutne preferencije ljudi koji obitavaju u danom prostoru. Ne postoji, dakle, stanje okoliša u kojem bi baš svaka osoba iskazala zadovoljstvo. Zadatak GVK<sup>2</sup> sustava je stvaranje uvjeta koji odgovaraju najvećem mogućem broju osoba, uz minimalan zbroj investicijskih i pogonskih troškova. Projektiranje GVK sustava je složen proces nalaženja optimalnog rješenja, odnosno kompromisa, između udjela osoba zadovoljnih stanjem okoliša i ekonomske isplativosti sustava. Toplinska ugodnost postiže se usklađivanjem više faktora koji definiraju stanje zraka u prostoru.

Osnovni faktori koji utječu na toplinsku ugodnost osoba u prostoru [1]:

- 1) Temperatura zraka u prostoriji
- 2) Temperatura ploha prostorije
- 3) Vlažnost zraka
- 4) Strujanje zraka (brzina, smjer)
- 5) Razina odjevenosti
- 6) Razina fizičke aktivnosti
- 7) Ostali faktori (kvaliteta zraka, buka, namjena prostora)

Uvjet održavanja toplinske ugodnosti je uspostavljanje toplinske ravnoteže tijela u odnosu na okoliš. Čovjek u svakom trenutku sa okolišem izmjenjuje toplinu u obliku osjetne topline i latentne topline. Osjetna toplina izmjenjuje se provođenjem, konvekcijom i zračenjem, a

---

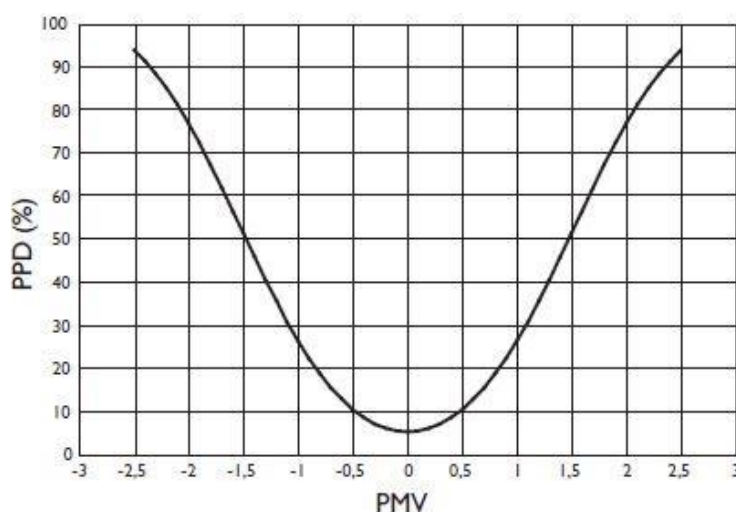
<sup>1</sup> ISO 7730 – Definicija toplinske ugodnosti

<sup>2</sup> Sustavi grijanja, ventilacije i hlađenja



latentna disanjem i ishlapljivanjem s površine kože. Odnosi iznosa nabrojanih mehanizama izmjene topline ovise o razini odjevenosti i razini fizičke aktivnosti, iako je izmjena topline provođenjem u većini slučajeva zanemariva. Povećanjem fizičke aktivnosti raste toplinski učinak metabolizma, koji je jednak toplinskim gubicima prema okolišu umanjenim za izvršeni rad.

Toplinska ugodnost vrednuje se pomoću dvije glavne metode. PMV<sup>3</sup> indeks predstavlja skalu sa 7 točaka. Nula na skali označava neutralno stanje okoliša, dok su dva ekstremna stanja koja se mogu pojaviti 3 (vruće) i -3 (ledeno). Vrijednosti se računaju korištenjem složenih matematičkih izraza definiranih normom ISO7730. PPD<sup>4</sup> indeks predstavlja predviđeni postotak nezadovoljnih osoba. Računa se jednostavnim matematičkim izrazom, kao funkcija indeksa PMV.



*Dijagram 1. Ovisnost PPD indeksa o PMV indeksu [2]*

Dijagram pokazuje ono što je i logično za zaključiti. Neutralnom stanju zraka odgovara minimalan postotak nezadovoljnih osoba, a pomakom u bilo koju stranu postotak nezadovoljnih raste.

<sup>3</sup> eng. Projected Mean Vote – predviđa subjektivno ocjenjivanje ugodnosti boravka u okolišu od strane grupe ljudi

<sup>4</sup> eng. Predicted Percentage of Dissatisfied – predviđa postotak nezadovoljnih osoba

## 1.2. Unutarnja i vanjska projektna temperatura

Parametri unutarnje i vanjske projektne temperature početni su parametar dimenzioniranja svakog GVK sustava<sup>5</sup>. Oni određuju snagu pojedinih elemenata GVK sustava, pošto predstavljaju kritični slučaj za koji se sustav dimenzionira. Snaga elemenata mora biti tolika da zadovolji projektno opterećenje (definirano temperaturnim gradijentom između unutarnje i vanjske projektne temperature) tako što ga premašuje, ali za što manji iznos, radi manjih investicijskih troškova i povećanja učinkovitosti pri radu. Unutarnja projektna temperatura razlikuje se ovisno o godišnjem dobu. Zimi se pretpostavlja viša razina odjevenosti te je projektna temperatura nešto niža, dok je ljeti uz više vanjske temperature logična niža razina odjevenosti, pa je i projektna temperatura nešto viša. Oba slučaja daju manju potrošnju energije.

Vanjska projektna temperatura definirana je od strane državnog hidrometeorološkog zavoda. Određuje se mjerenjem temperature vanjskog zraka u meteorološkim stanicama te je jednaka iznosu minimalne dvodnevne temperature koja se pojavila barem 5 puta u posljednjih 10 godina. GVK sustave nije potrebno dimenzionirati za slučajeve niže temperature. U radu je uzeta projektna temperatura meteorološke stanice Zagreb – Grič, koja iznosi  $\vartheta_e = -9.8^\circ\text{C}$  [2].

## 1.3. Projektni toplinski gubici prostorije

Projektni toplinski gubici prostorije proračunavaju se kada postoji grijanjem prostorije. Tome je slučaj zimi u većini prostora, a moguće je i tokom drugih godišnjih doba za prostore sa velikim toplinskim gubicima. Projektni toplinski gubici računaju se prema izrazu<sup>6</sup>:

$$\Phi_i = \Phi_{T,i} + \Phi_{V,i} \quad [\text{W}]$$

$\Phi_{T,i}$  - projektni transmisijski gubici topline prostorije [W]

$\Phi_{V,i}$  - projektni ventilacijski gubici topline prostorije [W]

### 1.3.1. Projektni transmisijski gubici

Računaju se prema izrazu:

$$\Phi_{T,i} = (H_{T,ie} + H_{T,iue} + H_{T,ig} + H_{T,ij}) \cdot (\vartheta_{int,i} - \vartheta_e) \quad [\text{W}]$$

<sup>5</sup> Unutarnja i vanjska projektna temperatura – definirano normom DIN1946

<sup>6</sup> Izraz projektnih toplinskih gubitaka prostorije, kao i izrazi računanja njihovih komponenata – prema normi HRN EN 12831

U kojemu pojedine komponente označavaju:

$H_{T,ie}$  - koeficijent transmisijskog gubitka od grijanog prostora prema vanjskom okolišu  
[W/K]

$H_{T,iue}$  - koeficijent transmisijskog gubitka od grijanog prostora kroz negrijani prostor  
prema vanjskom okolišu [W/K]

$H_{T,ig}$  - stacionarni koeficijent transmisijskog gubitka od grijanog prostora prema tlu [W/K]

$H_{T,ij}$  - koeficijent transmisijskog gubitka od grijanog prostora prema susjednom grijanom  
prostoru različite temperature [W/K]

$\vartheta_{int,i}$  - unutarnja projektna temperatura grijanog prostora [°C]

$\vartheta_e$  - vanjska projektna temperatura [°C]

U slučaju toplinskih gubitaka prema negrijanim prostorima ili prostorima grijanim na nižu temperaturu, potrebno je dodati faktor smanjenja temperaturne razlike:

$$b_u = \frac{\vartheta_{int,i} - \vartheta_u}{\vartheta_{int,i} - \vartheta_e} [-]$$

$\vartheta_u$  - temperatura negrijanog prostora [°C]

### 1.3.2. Projektni ventilacijski gubici

Projektni ventilacijski gubici nastaju uslijed izmjene zraka između grijanog prostora i okoliša. Strujanje zraka može biti namjerno (kada se volumen izmijenjenog zraka definira prema uvjetima kakvoće zraka, te je potrebno dimenzionirati ventilacijsku jedinicu), a može biti izazvano infiltracijom, tj. prirodnim strujanjem zraka uslijed energije vjetra i efekta dimnjaka, kada se volumenski protok zraka određuje eksperimentalno.

Projektni ventilacijski gubici računaju se prema izrazu:

$$\Phi_{V,i} = H_{V,i} \cdot (\vartheta_{int,i} - \vartheta_e) \text{ [W]}$$

$H_{V,i}$  - koeficijent ventilacijskih toplinskih gubitaka [W/K]

$$H_{V,i} = V_i \cdot \rho \cdot c_p \text{ [W/K]}$$

$V_i$  - volumenski protok zraka u grijani prostor [m<sup>3</sup>/h]

### 1.4. Podjela sustava grijanja

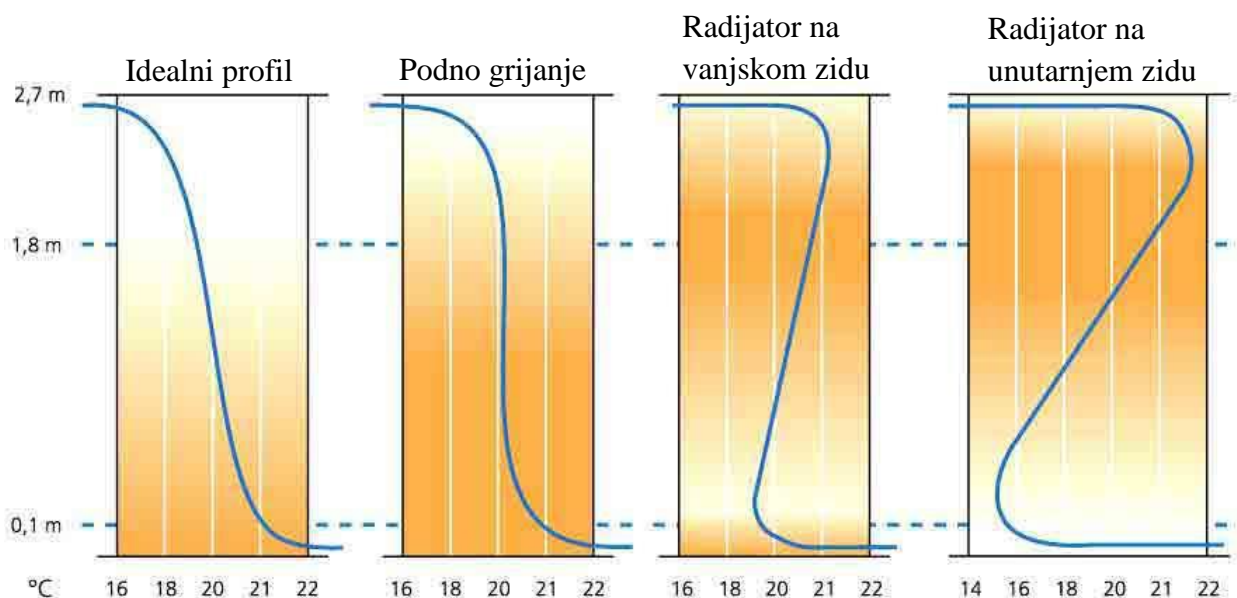
Sustavi grijanja koriste se u svrhu nadoknađivanja toplinskih gubitaka te održavanja toplinske ugodnosti. Razvojem tehnologije rasli su i stupanj učinkovitosti sustava grijanja te mogućnost kvalitetne regulacije, počevši od individualnih izvora topline u središtu prostorije, pa sve do današnjih modernih sustava (niskotemperaturno grijanje, kondenzacijski kotlovi). Kako je svaki prostor specifičan, tako na odabir sustava grijanja utječu brojni faktori: vremenski uvjeti, položaj i tip zgrade, vrijeme korištenja zgrade, raspoloživost izvora energije, investicijski i pogonski troškovi, zakoni, norme, propisi te utjecaj na okoliš [3].

Prema ogrjevnom mediju sustavi grijanja mogu se podijeliti na (prema [3]):

- 1) Toplozračne sustave
- 2) Zračno-vodene sustave
- 3) Toplovodne sustave (temperatura vode na polazu  $\leq 105^\circ\text{C}$ )
- 4) Vrelvodne sustave (temperatura vode na polazu  $\geq 105^\circ\text{C}$ )
- 5) Parne sustave

### 1.5. Podno grijanje

Podno grijanje jedan je od toplovodnih sustava grijanja pomoću panelnih grijača. Jedna od glavnih prednosti sustava podnog grijanja je izrazito povoljan temperaturni profil koji nastaje.



Slika 1. Razdioba temperature po visini prostorije za različite položaje ogrjevnog tijela [5]

Još neke prednosti sustava podnog grijanja: nema vidljivih ogrjevnih tijela, većinski prijenos topline zračenjem, niske temperature medija (higijenski i tehnički povoljno) – do  $55^\circ\text{C}$ , energetske učinkovito, niži gubici u cijevima (pošto je voda niže temperature) [5]. Sami

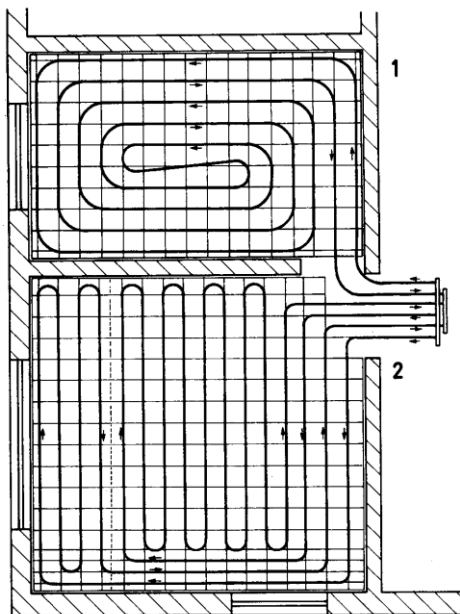
sustavi podnog grijanja vrlo su jednostavni. Osnovni dijelovi sustava podnog grijanja uključuju grijač vode, pumpu, ekspanzijsku posudu, regulacijski sustav i cijevni snop. Cijevni snop nalazi se unutar poda te je prekriven slojem betona debljine nekoliko centimetara, ne više od decimetar. Iznad betonskog sloja dolazi završni pokrov (keramičke pločice, parket...). Kao materijal cijevi koriste se bakar i plastika, dimenzija 14x2mm do 20x2mm [5].

Konstruktivska ograničenja za slučaj podnog grijanja:

Duljina jedne petlje ograničava se iskustveno na 120m [5]. Radi toplinskog naprezanja cementnog estriha, kako ne bi došlo do puknuća estriha i pokrovnog sloja, prostor je potrebno podijeliti na dilatacijske zone. Kroz rub dilatacijske zone prolaze samo 2 cijevi, a od druge dilatacijske zone se odvaja dilatacijskim trakama [5]. Dozvoljena površina jedne dilatacijske zone je 40m<sup>2</sup>, a duljina 8m. Temperatura površine poda ograničava se u sljedećim granicama<sup>7</sup>:

- 1) Duži boravak u prostoriji max. 27 °C
- 2) Kratak boravak u prostoriji max. 29 °C
- 3) Rubna zona (širine do 1m od vanjskog zida) max. 35 °C
- 4) Kupaonica max.  $t_i + 9$  °C

Dva su osnovna načina postavljanja cijevi:

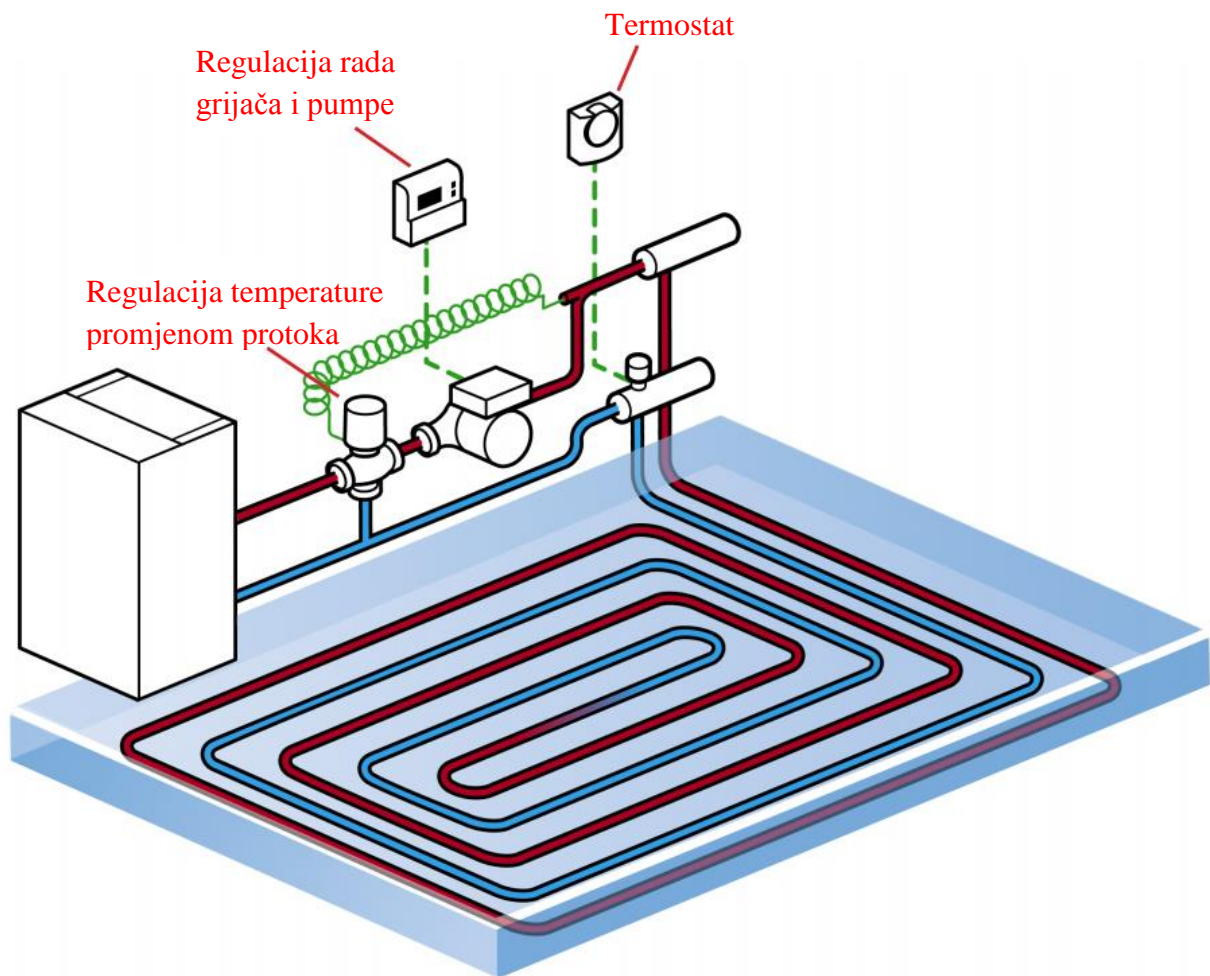


*Slika 2. Osnovni načini postavljanja cijevi [5]*

Prikaz 1 predstavlja pužnu, a prikaz 2 serpentinu petlju. Također se na slici vidi paralelni spoj više cijevi na jednu razvodnu kutiju. Kod podnog grijanja postoji mogućnost da svaka

<sup>7</sup> Ograničenje temperature poda prema normi EN 1264

prostorija ima svoj termostatski, a može se i pojedini cirkulacijski krug zatvoriti zatvaranjem ventila u razvodnoj kutiji.



*Slika 3. Pojednostavljena shema podnog grijanja [6]*

## 2. TERMODINAMIČKE OSNOVE

Osnovni principi prema kojima se odvijaju svi poznati procesi grijanja i hlađenja su prvi i drugi zakon termodinamike. Štoviše, još nije otkriven niti jedan proces koji bi se tim zakonima suprotstavljao. Prvi zakon termodinamike nalaže da energija ne može niti nastati niti nestati, nego samo mijenjati svoj oblik, npr. pretvorba potencijalne energije visine u kinetičku energiju. Drugi glavni stavak (zakon) termodinamike, pak, govori o jednosmjernosti svih spontanijih procesa koji se odvijaju u prirodi. Proces prijenosa topline jedan je od spontanijih procesa te se uvijek odvija spontanijim prijenosom topline sa toplijeg tijela, ili dijela tijela, na hladnije tijelo. Sustav podnog grijanja zasnovan je na oba navedena principa. Prvo se u grijaču vode električna energija (električni grijač) ili kemijska energija<sup>8</sup> (plamenik) pretvara u toplinsku, a nakon toga se spontanijim prijenosom topline prema tijelima niže temperature prenosi na vodu (ogrjevnij medij), koja predaje toplinu betonskoj masi, s koje prelazi na zrak u prostoriji te putem vanjskog zida prostorije konačno dolazi do vanjskog zraka, koji je najniže temperature u cijelom procesu grijanja.

Tri su osnovna načina prijenosa topline:

- 1) Provođenje (kondukcija)
- 2) Konvekcija (komešanje)
- 3) Zračenje (radijacija)

### 2.1. Provođenje topline

Prijenos topline provođenjem prevladava kod neprozirnih krutina. Odvija se od toplijeg prema hladnijem kraju tijela uslijed temperaturnog gradijenta, bez primjetnog gibanja čestica. Gibanje čestica nije primjetno jer ne dolazi do međusobnog miješanja čestica, ali svaka čestica ima kinetičku energiju proporcionalnu svojoj temperaturi. To znači da se molekule gibaju isključivo na mjestu, u obliku titranja. Uslijed čvrste veze između čestica, dolazi do sudaranja brzih molekula toplijeg dijela tijela sa sporijim česticama. Pritom dolazi do ujednačavanja kinetičkih energija susjednih čestica, a samim time i ujednačavanja njihovih temperatura, što znači da je došlo do prijenosa topline [7]. Na taj način se toplina provodi kroz krutinu sve dok postoji temperaturni gradijent, odnosno do postizanja temperaturne ravnoteže. Kod neprozirnih krutina je provođenje topline jedini mogućij način prijenosa topline, dok je kod prozirnih krutina (staklo, kvarc) prisutan i prijenos topline zračenjem [7]. Za slučaj kapljevinu i plinova, o provođenju topline jedino je moguće govoriti kada čestice

---

<sup>8</sup> Kemijska energija sadržana u gorivu, oslobađa se procesom izgaranja



miruju ili se gibaju po strujnicama, bez miješanja čestica tekućine, za što je potrebno ostvariti laminarno strujanje.

Toplinski tok koji se izmjenjuje provođenjem može se izračunati pomoću izraza:

$$q = -\lambda \frac{\partial \vartheta}{\partial n} \text{ [W/m}^2\text{]}$$

$\lambda$  - koeficijent toplinske provodnosti [W/mK]

$\frac{\partial \vartheta}{\partial n}$  - temperaturni gradijent [K/m]

U formuli je prikazan specifični toplinski tok, koji se može preračunati u ukupni toplinski tok poznavanjem površine izmjene topline. Negativni predznak označava smjer toplinskog toka u smjeru suprotnom temperaturnom gradijentu, tj. u smjeru temperaturnog pada. Uobičajeni izraz za toplinski tok višeslojne (n slojeva) ravne stijenke:

$$q = \frac{\Phi}{A} = \frac{\Delta \vartheta}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \dots + \frac{\delta_n}{\lambda_n}} \text{ [W/m}^2\text{]}$$

Veličina  $\delta_i$  označava debljinu pojedinog sloja. Kvocijent  $\frac{\delta_i}{\lambda_i}$  predstavlja toplinski otpor pojedinog sloja sveden na 1 m<sup>2</sup>, te se naziva specifični toplinski otpor. Toplinski otpor, dakle, raste povećanjem debljine pojedinog sloja i smanjenjem toplinske provodnosti, što će biti od velikog značaja za ovaj rad.

Jedan od osnovnih načina smanjenja toplinskih gubitaka prostora je upravo povećanje toplinskog otpora provođenju topline. To se postiže postavljanjem toplinske izolacije sa vanjske strane vanjskih zidova. Toplinska izolacija se sastoji od sloja materijala vrlo niskog koeficijenta toplinske provodljivosti, debljine koja varira oko vrijednosti 10 cm. Materijali koji se koriste kao toplinski izolatori mogu se podijeliti na anorganske i organske. Anorganske zastupaju uglavnom kamena i mineralna vuna, dok među organskim izolatorima prevladava ekspanzirani polistiren, odnosno stiropor. Njihov koeficijent toplinske provodljivosti varira između vrijednosti  $\lambda = 0,030\text{--}0,045 \text{ W/(mK)}$ , čime se koeficijent prolaza topline može smanjiti do vrijednosti  $U = 0,40 \text{ W/(m}^2\text{K)}$  [8]. Danas je toplinska izolacija zgrada uobičajena praksa.



## 2.2. Konvekcija

Prijenos topline konvekcijom događa se pri izraženom miješanju čestica fluida različitih temperatura. Uslijed takvog strujanja čestica, čestice različitih temperatura dolaze u međusobni dodir te toplija čestica predaje hladnijoj određeni kvantum topline. Stoga prijenos topline konvekcijom dodatno počiva na količini izravnih dodira čestica tekućine različitih temperatura. Razlikuju se dva uzroka strujanja čestica fluida uslijed kojeg dolazi do izmjene topline konvekcijom. To su: slobodna (prirodna) i prisilna (prinudna) konvekcija. Slobodna konvekcija javlja se pri strujanju tekućine koje je uvjetovano samo razlikom gustoće. Razlika u gustoći između čestica najčešće je posljedica upravo temperaturne razlike. Ako je strujanje čestica uvjetovano umjetno nametnutom razlikom tlakova (pumpa, ventilator, vjetar), radi se o prisilnoj konvekciji. Komešanje čestica je najčešće znatno izraženije pri prisilnom strujanju, pa je stoga pri prisilnom strujanju izraženiji i prijenos topline [7].

Prijenos topline konvekcijom između stijenke i fluida definiran je izrazom za toplinski tok:

$$\Phi = \alpha \cdot (\vartheta_s - \vartheta_\infty) \cdot A \quad [\text{W}]$$

Pri čemu je:

$\alpha$  - koeficijent prijelaza topline [ $\text{W}/\text{m}^2\text{K}$ ]

$\vartheta_s$  - temperatura stijenke [K]

$\vartheta_\infty$  - temperatura neporemećene struje fluida, gdje se ne osjeća utjecaj stijenke [K]

Uz nepromijenjene parametre temperature stijenke i neporemećene struje fluida, te površine izmjene topline, na izmjenu topline može se utjecati jedino promjenom koeficijenta prijelaza topline. Prijelazom sa slobodne konvekcije na prisilnu konvekciju, koeficijent prijelaza topline, a samim time i izmijenjeni toplinski tok mogu porasti za red veličine. Pošto je iznos specifičnog toplinskog otpora jednak recipročnoj vrijednosti koeficijenta prijelaza topline, promjenom reda veličine koeficijenta prijelaza, mijenja se i toplinski otpor za red veličine.

<i>Tekućina</i>	<i>Slobodna konvekcija</i>	<i>Prisilna konvekcija</i>
Plinovi	5-30	30-300
Voda	30-300	300-10000
Viskozna ulja	5-100	30-3000
Kapljeviti metali	50-500	500-20000
Isparivanje vode	2000-20000	3000-100000
Kondenzacija vodene pare	3000-30000	3000-200000

*Tablica 1. Orijentacijske vrijednosti koeficijenta konvektivnog prijelaza topline [7]*

### 2.3. Zračenje

Prijenos topline zračenjem između dviju udaljenih ploha različitih temperatura. Kao posljedica različitih temperatura ploha, javljaju se toplinske zrake koje se prenose u obliku elektromagnetskih valova [7]. Iako je samo po sebi teško predočivo, najočitiji primjer je prijenos topline od Sunca prema Zemlji. U svojoj suštini, prijenos topline zračenjem je bitno drugačiji od prijenosa topline provođenjem i konvekcijom. Glavna razlika je u tome što prijenos topline zračenjem nije vezan za tvar kao posrednika, što znači da se može odvijati i u vakuumu, dok je kod provođenja i kondukcije vrlo bitna međusobna interakcija čestica. Druga suštinska razlika je u tomu što je prijenos topline u slučajevima kondukcije i konvekcije uvijek u smjeru temperaturnog pada, dok kod zračenja struja energije može prolaziti kroz područja više ili niže temperature, nego što su temperature tijela između kojih se prenosi.

Izraz za toplinski tok zračenjem između dviju paralelnih ploha glasi:

$$\Phi_{12} = A \cdot \frac{C_c}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} \cdot \left[ \left( \frac{T_{s1}}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_{s2}}{100} \right)^4 \right] \quad [\text{W}]$$

Faktori koji se pojavljuju označavaju:

$\varepsilon_1, \varepsilon_2$  - emisijski faktor<sup>9</sup> za obje površine [-]

$T_{s1}, T_{s2}$  - temperatura toplije, odnosno hladnije stijenke [K]

<sup>9</sup> U slučaju emisijskog faktora  $\varepsilon = 1$ , radi se o crnom tijelu

$C_c$  - konstanta zračenja crnog tijela,  $C_c = 5,67 \text{ W/(m}^2(100\text{K})^4)$

Usporedbom jednadžbi toplinskog toka pri zračenju i konvekciji, moguće je izračunati koeficijent prijelaza topline zračenjem  $\alpha_z$ :

$$\alpha_z = \frac{\frac{C_c}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} \cdot \left[ \left( \frac{T_{s1}}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_{s2}}{100} \right)^4 \right]}{T_{s1} - T_\infty} \quad [\text{W/m}^2\text{K}]$$

Zbrajanjem koeficijenta prijelaza topline zračenjem i koeficijenta prijelaza topline konvekcijom, što je moguće za slučaj iste površine i iste temperaturne razlike, dobiva se sveukupni koeficijent prijelaza topline [7]:

$$\alpha_u = \alpha_z + \alpha \quad [\text{W/m}^2\text{K}]$$

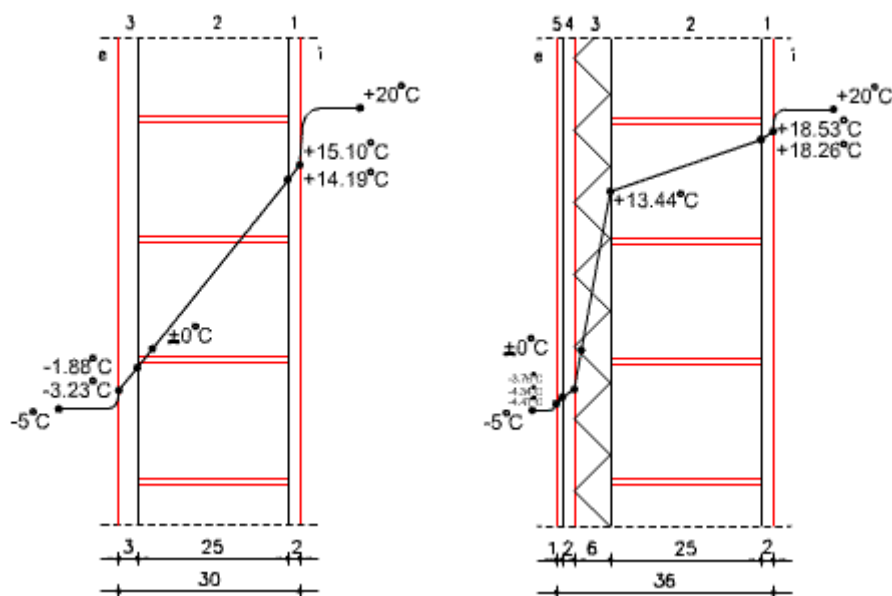
Sveukupni toplinski tok odveden od stijenke tada iznosi:

$$\Phi_u = \Phi_z + \Phi_k = \alpha_u \cdot A \cdot (T_s - T_\infty) \quad [\text{W}]$$

Na taj način se toplinski tok može računati u slučaju podnog grijanja, gdje udio zračenja nije zanemariv (a može iznositi 60-75%).

#### 2.4. Koeficijent prolaza topline

U slučaju prijelaza topline sa jednog fluida na drugi pri čemu su fluidi različitih temperatura odijeljeni čvrstom plohom debljine koja nije zanemariva, jednadžba toplinskog toka može se izraziti tako da se svi toplinski otpori prijelazu topline prikažu kao jedan toplinski otpor, koji je jednak recipročnoj vrijednosti koeficijenta prolaza topline. Isti se postupak može izvršiti i za drugačije kombinacije, npr. provođenje topline kroz stijenku te prijelaz na fluid koji je u dodiru s površinom.



Slika 4. Prikaz prolaza topline kroz zid, bez izolacije i sa izolacijom [9]

Koeficijent prolaza topline jednak je (u slučaju jednakih površina  $A_1$  i  $A_2$ ):

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \dots + \frac{\delta_n}{\lambda_n} + \frac{1}{\alpha_2}} \quad [\text{W/m}^2\text{K}]$$

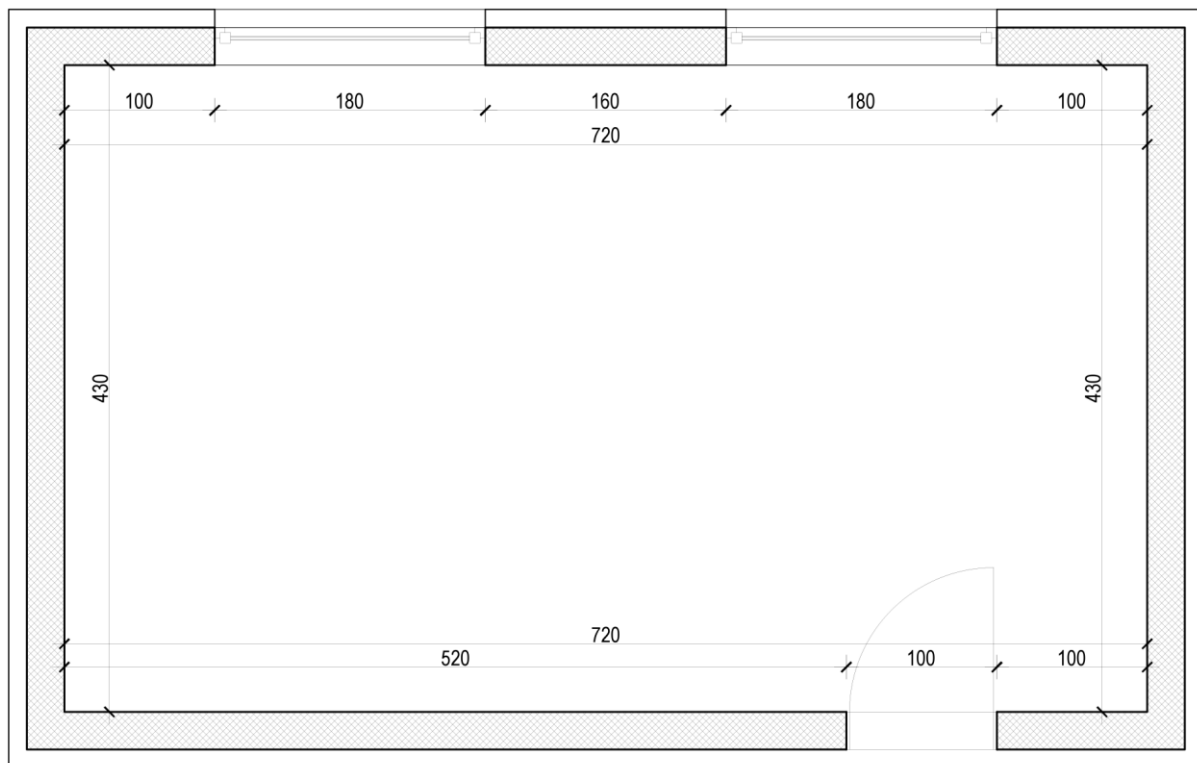
Slučaj prolaza topline pojavljuje se u ovom radu pri proračunu toplinskih gubitaka kroz vanjske zidove prostorije, kao i kod proračuna toplinskih dobitaka. No, kako bi se uračunao utjecaj akumulacije topline u masi zidova, oni su diskretizirani pa se u jednadžbi koeficijenta prolaza topline pojavljuje samo po jedan toplinski otpor uslijed provođenja topline i jedan uslijed konvekcije.

### 3. MATEMATIČKI MODEL

Slijedi opis prostorije, čije grijanje je tema ovog rada te detaljan opis svih procesa izmjene topline koji se odvijaju pri grijanju. Također će biti pažljivo opisana problematika zadanog problema.

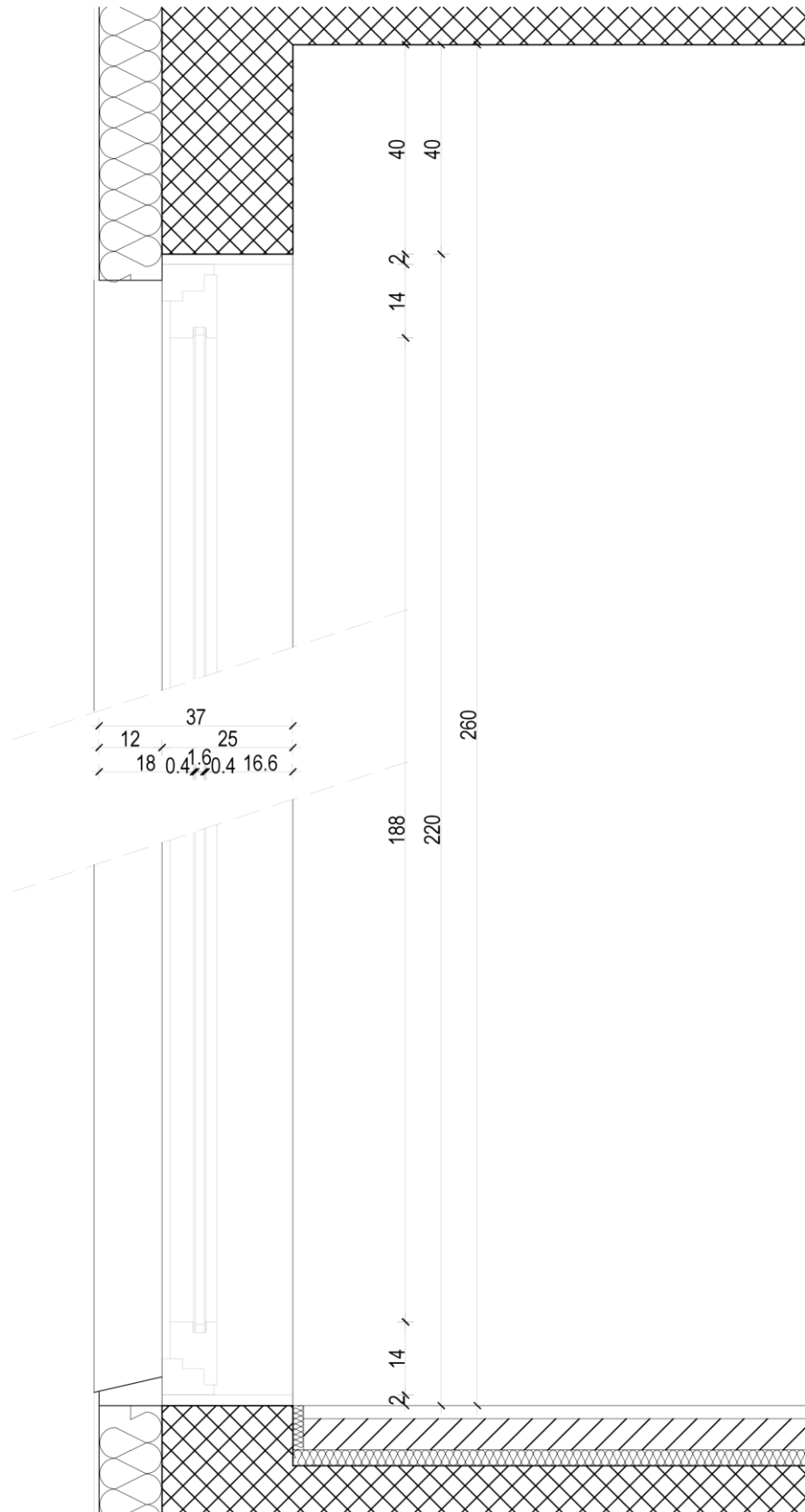
#### 3.1. Opis prostorije

Prostorija, o kojoj je riječ, prizemna je i nalazi se u Zagrebu. Jednostavne je konstrukcije, pravokutnog oblika sa tri vanjska zida, kroz koje izmjenjuje toplinu sa okolinom. Četvrti zid je unutarnji, i pošto je pretpostavljena jednaka temperatura susjedne prostorije, ne dolazi do izmjene topline. Isti je slučaj i sa prostorijom iznad. Ispod prostorije, odnosno ispod cijevnog snopa nalazi se izolacija izvedena pomoću sloja ekspandiranog polistirena debljine 20 cm. Ispod izolacijskog sloja nalazi se tlo, pretpostavljene temperature 10 °C.



*Slika 5. Tlocrt prostorije*

Iz tlocrta prostorije iščitavaju se osnovne dimenzije prostorije te je vidljiv razmještaj osnovnih građevnih elemenata. Kako bi se precizno prikazale i odredile dimenzije debljine zidova i prozora, a koje direktno utječu na izmjenu topline prema okolišu, odnosno na toplinske gubitke, slijedi detalj poprečnog presjeka prozora i zida.



*Slika 6. Poprečni presjek prozora i zida po visini prostorije*

Slika 6. prikazuje izgled prostorije u smjeru koordinate visine. Jasno su prikazane debljine

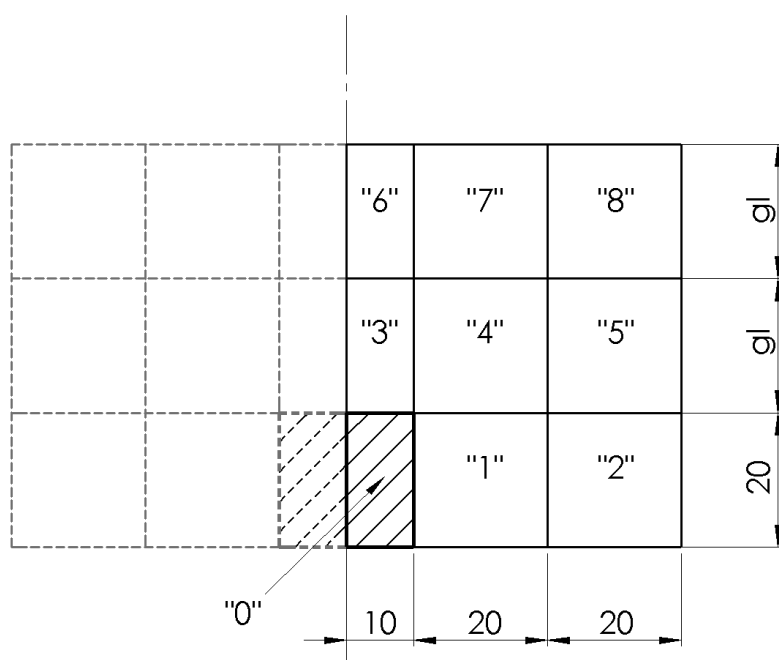
zida i izolacije te dimenzije prozorskih stakala i njihovog međuprostora. Definiranjem svih dimenzija prostorije, može se ući u proračun toplinskih gubitaka, a tako i proračun potrebnih toplinskih dobitaka.

### 3.2. Geometrijska mreža elemenata

Sustav podnog grijanja zamišljen je tako da je sastavljen od tri cijevi paralelno povezane na razvodnu kutiju. Svaka od cijevi duga je 100 m te je za potrebe proračuna diskretizirana na deset jednakih dijelova duljine po 10 m.

Potrebno je napomenuti kako je primarna ideja ovog završnog rada bila unaprijediti postojeći seminarski rad Martine Rauch, koji mi je ustupljen od strane mentora. U tom je radu geometrijska mreža elemenata bila diskretizirana na 4 elementa, također uz uvjet simetrije, što će detaljnije biti objašnjeno u idućem odlomku.

Kako je temeljni zadatak ovog rada ispitati utjecaj visine sloja betonske glazure iznad cijevnog snopa, potrebno je diskretizirati sustav cijevi i betona u smjeru poprečnog presjeka cijevi. Presjek se usitnjava na 15 geometrijskih volumena, uključujući element koji predstavlja strujanje vode. Diskretizacija se znatno pojednostavljuje uočavanjem simetrične geometrijske mreže sa obje strane sredine poprečnog presjeka cijevi. Također radi pojednostavljenja, cijev je u diskretizaciji također prikazana kao element pravokutnog poprečnog presjeka.



Slika 7. Diskretizacija geometrijske mreže elemenata

Na slici 7. jasno je naznačena simetričnost koja nastaje pri diskretizaciji. Stoga, u postavljanju matematičkog modela neće se uzimati u obzir lijeva polovica presjeka, nego će samo izlazna varijabla ovog sustava, toplinski tok prema zraku u prostoriji biti pomnožen sa dva. Protok vode ostvaruje se kroz geometrijski element „0“. Voda predaje toplinu elementima koji se nalaze u dodiru s elementom „0“, elementima „1“ i „3“. Određena se količina topline gubi prema tlu, kroz izolacijski sloj. Prema tlu toplinu predaju i elementi „1“ i „2“, što je očito iz prikaza. Toplina se provodi sve do elemenata „6“, „7“ i „8“. Ukoliko postoji temperaturna razlika između temperatura gornjeg sloja elemenata i zraka u prostoriji, odnosno ostalih ploha prostorije, doći će do konvektivnog prijelaza topline sa poda prema česticama zraka te prijelaza topline toplinskim zračenjem na hladnije plohe.

Dimenzije cijevi i donjeg sloja geometrijskih elemenata su fiksne. Ograničenje njihovom povećanju predstavlja dozvoljeni promjer cijevi te potreban razmak između cijevi. Radi toga će se u sklopu ovog rada biti varirana samo veličina „gl“, koja predstavlja visinu betonske glazure iznad snopa cijevi. Radi ispitivanja određenih pojava, veličina „gl“ mijenjati će se između vrijednosti manjih i od jednog centimetra, pa sve do vrijednosti jednog decimetra, iako neke od tih debljina i nisu praktično uporabljive te će se promatrati njen utjecaj na inerciju sustava podnog grijanja s obzirom na povećanje, odnosno smanjenje betonske mase u kojoj se akumulira toplina te utjecaj akumulacije topline na neželjeno pregrijavanje prostora te na ukupne toplinske gubitke prema okolišu (vanjskom zraku i tlu). Također će se promatrati utjecaj temperature vode na polazu na ponašanje sustava. Povrh toga, mijenjati će se i protok vode kroz cijevi u svrhu podešavanja broja paljenja i gašenja grijača vode.

Pri proračunu provođenja topline kroz geometrijsku mrežu elemenata, temperatura geometrijskog elementa pretpostavlja se jednakom po cijelom njegovu presjeku. Kako se ne bi izostavio toplinski otpor koji se javlja pri provođenju topline, a koji je funkcija koeficijenta provođenja topline i udaljenosti dvaju elemenata, pri proračunu se temperature elemenata koncentriraju u njihova težišta. Time se javlja toplinski otpor proporcionalan udaljenosti težišta dvaju susjednih volumena.

### **3.3. Proračun temperatura**

#### **3.3.1. Površine izmjene topline**

##### *3.3.1.1. Geometrijska mreža elemenata*

Ovisno o duljini spojnice između geometrijskih elemenata (ili između geometrijskog elementa i zraka ili izolacije), površine izmjene topline iznose:



$A_a = a \cdot L$  koja vrijedi kao:  $A_a = A_{03} = A_{36} = A_{0t}$

$A_b = b \cdot L$  koja vrijedi kao:  $A_b = A_{01} = A_{12} = A_{14} = A_{25} = A_{47} = A_{58} = A_{1t} = A_{2t}$

$A_{gl} = gl \cdot L$  koja vrijedi kao:  $A_{gl} = A_{34} = A_{45} = A_{67} = A_{78}$

$L$  - duljina segmenta cijevi; iznosi 10 m

Indeksi uz simbol površine  $A$  označavaju s kojeg elementa toplina prelazi na koji idući element. Pritom indeks  $p$  označava zrak u prostoriji, a indeks  $t$  tlo te se koristi pri proračunu toplinskih gubitaka prema tlu.

### 3.3.1.2. Gubitak topline kroz vanjske zidove

$$A_z = h \cdot (d + 2c) - A_{pr} \quad [\text{m}^2]$$

Veličina  $h$  predstavlja visinu prostorije, a veličine  $c$  i  $d$  duljine vanjskih zidova.

### 3.3.1.3. Gubitak topline kroz prozore

$$A_{pr} = 2 \cdot a_{pr} \cdot b_{pr} \quad [\text{m}^2]$$

Faktori  $a_{pr}$  i  $b_{pr}$  označavaju duljinu, odnosno visinu prozorskih okana.

### 3.3.2. Koeficijenti prolaza topline

Iako naslov poglavlja daje naslutiti da se radi samo o koeficijentima prolaza topline, za slučaj čistog provođenja (između diskretiziranih geometrijskih elemenata) bit će ustvari predstavljen koeficijent provođenja topline.

#### 3.3.2.1. Koeficijenti prolaza topline unutar geometrijske mreže elemenata

Sukladno dimenzijama i međusobnom položaju pojedinih elemenata u geometrijskoj mreži, slijede koeficijenti prolaza topline između prema tlu, između elemenata i, konačno, prema zraku u prostoriji. Prvi indeks u sljedećim izrazima ponovno označava element koji u pretpostavljenom slučaju predaje toplinu, a drugi indeks element koji pretpostavljeno prima toplinu.

Koeficijenti prolaza topline prema tlu:

$$k_{0t} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_w} + \frac{d_{cij}}{\lambda_{pl}} + \frac{d_{stt}}{\lambda_{st}}} \quad [\text{W/m}^2\text{K}]$$

$$k_{1t} = k_{2t} = \frac{1}{\frac{b}{2 \cdot \lambda_{gl}} + \frac{d_{stt}}{\lambda_{st}}} \quad [\text{W/m}^2\text{K}]$$

Koeficijenti prolaza topline kroz geometrijsku mrežu:

$$k_{01} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_w} + \frac{d_{cij}}{\lambda_{pl}} + \frac{b}{2 \cdot \lambda_{gl}}} \quad [\text{W/m}^2\text{K}]$$

$$k_{03} = \frac{l}{\frac{1}{\alpha_w} + \frac{d_{cij}}{\lambda_{pl}} + \frac{gl}{2 \cdot \lambda_{gl}}} \quad [\text{W/m}^2\text{K}]$$

$$k_{12} = k_{45} = k_{78} = \frac{\lambda_{gl}}{b} \quad [\text{W/m}^2\text{K}]$$

$$k_{34} = k_{67} = \frac{\lambda_{gl}}{\frac{a}{2} + \frac{b}{2}} \quad [\text{W/m}^2\text{K}]$$

$$k_{14} = k_{25} = \frac{\lambda_{gl}}{\frac{b}{2} + \frac{gl}{2}} \quad [\text{W/m}^2\text{K}]$$

$$k_{36} = k_{47} = k_{58} = \frac{\lambda_{gl}}{gl} \quad [\text{W/m}^2\text{K}]$$

Koeficijenti prolaza topline prema zraku u prostoriji:

$$k_{6p} = k_{7p} = k_{8p} = \frac{l}{\frac{1}{\alpha_z} + \frac{gl}{2 \cdot \lambda_{gl}}} \quad [\text{W/m}^2\text{K}]$$

Koeficijent prijelaza  $\alpha_z$  ustvari je sveukupni koeficijent prijelaza topline, koji uključuje utjecaj konvektivnog prijelaza i zračenja, radi toga što su oba načina izmjene topline podjednako zastupljena.

### 3.3.2.2. Koeficijent prolaza topline kroz vanjski zid

Presjek vanjskog zida, kako je već prikazano, sastoji se od 25 cm betona i 12 cm izolacijskog sloja. Ukupni koeficijent prolaza topline kroz vanjski zid iznosi:

$$k_{vz} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_u} + \frac{d_b}{\lambda_b} + \frac{d_{st}}{\lambda_{st}} + \frac{1}{\alpha_v}} \quad [\text{W/m}^2\text{K}]$$

No, računati toplinski tok samo pomoću ovog koeficijenta prolaza i temperaturne razlike ne bi bilo ispravno. Razlog tomu je to što bi se bilo kakva promjena temperature prostorije u istom trenutku odrazila na promjenu toplinskog toka. U stvarnosti to nije slučaj, već je potrebno

diskretizirati sami zid kako bi njegova masa imala utjecaj na izmjenu topline. Za potrebe zadatka, zid je diskretiziran na 5 jednakih dijelova (5 cm svaki), a izolacijski sloj ekspaniranog polistirena na 4 jednaka dijela (po 3 cm), iako njegova masa nije znatna te nema pretjeranog utjecaja. Toplinski tok kroz zid se, sukladno sa navedenim, računa koristeći koeficijent prolaza topline između zraka u prostoriji i prvog diskretiziranog segmenta zida.

$$k_{vz1} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_u} + \frac{\delta_b}{2 \cdot \lambda_b}} \quad [\text{W/m}^2\text{K}]$$

Pri čemu  $\delta$  označava debljinu jednog segmenta, a iznosi  $\delta_b = \frac{d_b}{5}$ .

### 3.3.2.3. Koeficijent prolaza topline kroz prozor

$$k_{pr} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_u} + \frac{d_{pr}}{\lambda_{pr}} + \frac{2}{\alpha_u} + \frac{d_{pr}}{\lambda_{pr}} + \frac{1}{\alpha_v}} \quad [\text{W/m}^2\text{K}]$$

Iz istih razloga kao i zidovi, diskretizirani su i prozori. Iako je masa prozora znatno manja, a samim time i akumulacija topline u njima, njihovom diskretizacijom se model pokušava što više približiti stvarnom stanju. Prozorska stakla, debljine 4 mm, podijeljena su na 3 dijela, a međuprostor između njih nije diskretiziran.

Koeficijent prolaza topline kroz prozor, za diskretizirani slučaj, iznosi:

$$k_{pr} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_u} + \frac{d_{pr}}{6 \cdot \lambda_{pr}}} \quad [\text{W/m}^2\text{K}]$$

### 3.3.3. Toplinski tokovi

Toplinski tokovi računaju se umnoškom temperaturne razlike, površine izmjene topline i koeficijenta prolaza topline.

#### 3.3.3.1. Toplinski tokovi unutar geometrijske mreže elemenata

Sljedeći toplinski tokovi vrijede za pretpostavljene temperaturne razlike. U slučaju suprotnih temperaturnih gradijenata, mijenja se i predznak toplinskog toka. To ne utječe na rezultate, pošto je u kasnijim jednadžbama omogućena promjena predznaka toplinskog toka.

Toplinski tokovi prema tlu:

$$\Phi_{0t} = (T_0 - T_t) \cdot A_a \cdot k_{0t} \quad [\text{W}]$$

$$\Phi_{1t} = (T_1 - T_t) \cdot A_b \cdot k_{1t} \quad [\text{W}]$$

$$\Phi_{2t} = (T_2 - T_t) \cdot A_b \cdot k_{2t} \quad [\text{W}]$$

Temperatura tla je pretpostavljena konstantnom i iznosi 10 °C. Navedeni toplinski tokovi predstavljaju čisti gubitak. No, postojeći gubitak bi bio mnogo značajniji da nije ugrađen izolacijski sloj.

Toplinski tokovi između elemenata geometrijske mreže:

$$\Phi_{01} = (T_0 - T_1) \cdot A_b \cdot k_{01} \quad [\text{W}]$$

$$\Phi_{03} = (T_0 - T_3) \cdot A_a \cdot k_{03} \quad [\text{W}]$$

$$\Phi_{12} = (T_1 - T_2) \cdot A_b \cdot k_{12} \quad [\text{W}]$$

$$\Phi_{14} = (T_1 - T_4) \cdot A_b \cdot k_{14} \quad [\text{W}]$$

$$\Phi_{25} = (T_2 - T_5) \cdot A_b \cdot k_{25} \quad [\text{W}]$$

$$\Phi_{34} = (T_3 - T_4) \cdot A_g \cdot k_{34} \quad [\text{W}]$$

$$\Phi_{36} = (T_3 - T_6) \cdot A_a \cdot k_{36} \quad [\text{W}]$$

$$\Phi_{45} = (T_4 - T_5) \cdot A_g \cdot k_{45} \quad [\text{W}]$$

$$\Phi_{47} = (T_4 - T_7) \cdot A_b \cdot k_{47} \quad [\text{W}]$$

$$\Phi_{58} = (T_5 - T_8) \cdot A_b \cdot k_{58} \quad [\text{W}]$$

$$\Phi_{67} = (T_6 - T_7) \cdot A_g \cdot k_{67} \quad [\text{W}]$$

$$\Phi_{78} = (T_7 - T_8) \cdot A_g \cdot k_{78} \quad [\text{W}]$$

Toplinski tokovi prema zraku u prostoriji:

$$\Phi_{6p} = (T_6 - T_p) \cdot A_a \cdot k_{6p} \quad [\text{W}]$$

$$\Phi_{7p} = (T_7 - T_p) \cdot A_b \cdot k_{7p} \quad [\text{W}]$$

$$\Phi_{8p} = (T_8 - T_p) \cdot A_b \cdot k_{8p} \quad [\text{W}]$$

Toplinski tok od geometrijske mreže prema zraku prostorije jedini je toplinski dobitak. Valja primijetiti da su ovi toplinski tokovi rezultat djelovanja jedne simetrične polovice samo jedne cijevi, a za izračun je ukupnog toplinskog toka potrebno povećati dobivene toplinske tokove 6 puta.

### 3.3.3.2. Toplinski tok kroz vanjske zidove

Toplinski tok kroz vanjske zidove računa se, kao što je prethodno navedeno, pomoću

temperaturne razlike između zraka u prostoriji i prvog segmenta zida, uz odgovarajući koeficijent prolaza topline.

$$\Phi_{vz} = (T_p - T_{vzI}) \cdot A_z \cdot k_{vzI} \text{ [W]}$$

### 3.3.3.3. Toplinski tok kroz prozore

Toplinski tok kroz prozore računa se postupkom ekvivalentnim postupku proračuna toplinskog toka za vanjske zidove.

$$\Phi_{pr} = (T_p - T_{prI}) \cdot A_{pr} \cdot k_{prI} \text{ [W]}$$

### 3.3.3.4. Ventilacijski gubici

Ventilacijski gubici jednaki su toplini koja se gubi, tj. odlazi u okoliš, uslijed ustrujavanja vanjskog zraka u prostoriju te istovremenog istrujavanja zraka iz prostorije prema vanjskom okolišu.

$$\Phi_{vent} = (T_p - T_v) \cdot V \cdot \rho_z \cdot c_{p,zr} \cdot ACH^{10} \text{ [W]}$$

Uslijed izostanka definiranog sustava ventilacije, broj izmjena zraka iznosi  $ACH = 0.5 \text{ h}^{-1}$ . To znači da tokom jednog sata iz prostorije istruji volumen zraka jednak polovini volumena prostorije.

## 3.4. Proračun temperatura

Temperature pojedinih geometrijskih elemenata, vode u cijevnom snopu, zraka u prostoriji i temperatura diskretiziranih segmenata zidova računaju se računanjem energetske bilance za svaki pojedini element. Opća jednadžba bilance energije glasi:

$$\frac{dE}{dt} = e_u - e_i \text{ [W]}$$

Jednadžba bilance energije govori da je promjena energije sadržane unutar određenog elementa u vremenu jednaka razlici između toka energije na ulazu i toka energije na izlazu iz elementa. Ta se jednadžba može primijeniti za proračunavanje temperature svih elemenata koji se pojavljuju unutar ovog problema.

### 3.4.1. Temperatura vode

Temperatura vode na ulazu u sljedeći segment može se izračunati bilanciranjem energije, iz čega proizlazi izraz:

$$\frac{dT_{0,i+1}}{dt} = \frac{m_w}{M_w} \cdot (T_{0,i} - T_{0,i+1}) - \frac{\Phi_{01,i} + \Phi_{03,i} + \Phi_{0t,i}}{M_w \cdot c_w} \text{ [K/s]}$$

<sup>10</sup> ACH (engl. Air Changes per Hour) – broj izmjena zraka u prostoriji tokom jednog sata

Umnožak  $M_w \cdot c_w$  predstavlja toplinski kapacitet vode unutar jednog segmenta, dok veličina  $m_w$  predstavlja maseni protok vode.

### 3.4.2. Temperature segmenata geometrijske mreže elemenata

Temperature segmenata geometrijske mreže elemenata računaju se bilanciranjem toplinskih tokova, pri čemu je proces olakšan pošto ne dolazi do ikakvih masenih protoka.

Prvo je potrebno izračunati masu pojedinog segmenta, kako bi se dobio njegov toplinski kapacitet. Mase elemenata:

$$m_1 = m_2 = b^2 \cdot L \cdot \rho_{gl} \quad [\text{kg}]$$

$$m_3 = m_6 = a \cdot b \cdot L \cdot \rho_{gl} \quad [\text{kg}]$$

$$m_4 = m_5 = m_7 = m_8 = b \cdot g \cdot L \cdot \rho_{gl} \quad [\text{kg}]$$

Izrazi za proračun temperatura:

$$\frac{dT_1}{dt} = \frac{\Phi_{01} - \Phi_{12} - \Phi_{14} - \Phi_{1t}}{m_1 \cdot c_{gl}} \quad [\text{K/s}]$$

$$\frac{dT_2}{dt} = \frac{\Phi_{12} - \Phi_{25} - \Phi_{2t}}{m_2 \cdot c_{gl}} \quad [\text{K/s}]$$

$$\frac{dT_3}{dt} = \frac{\Phi_{03} - \Phi_{34} - \Phi_{36}}{m_3 \cdot c_{gl}} \quad [\text{K/s}]$$

$$\frac{dT_4}{dt} = \frac{\Phi_{14} + \Phi_{34} - \Phi_{45} - \Phi_{47}}{m_4 \cdot c_{gl}} \quad [\text{K/s}]$$

$$\frac{dT_5}{dt} = \frac{\Phi_{25} + \Phi_{45} - \Phi_{58}}{m_5 \cdot c_{gl}} \quad [\text{K/s}]$$

$$\frac{dT_6}{dt} = \frac{\Phi_{36} - \Phi_{67} - \Phi_{6p}}{m_6 \cdot c_{gl}} \quad [\text{K/s}]$$

$$\frac{dT_7}{dt} = \frac{\Phi_{47} + \Phi_{57} - \Phi_{78} - \Phi_{7p}}{m_7 \cdot c_{gl}} \quad [\text{K/s}]$$

$$\frac{dT_8}{dt} = \frac{\Phi_{58} + \Phi_{78} - \Phi_{8p}}{m_8 \cdot c_{gl}} \quad [\text{K/s}]$$

### 3.4.3. Temperatura zraka u prostoriji

Iako postoji određeno strujanje zraka iz prostorije u okoliš i obrnuto, u izrazu za proračun temperature zraka će se to zanemariti. Izraz za temperaturu zraka:

$$\frac{dT_p}{dt} = \frac{\Phi_p - \Phi_{vz} - \Phi_{pr} - \Phi_{vent}}{V \cdot c_{p,zr} \cdot \rho_{zr}} \quad [\text{K/s}]$$

Pritom veličina  $\Phi_p$  označava sav toplinski tok doveden zraku u prostoriji od podnog grijanja. To uključuje zbroj toplinskih tokova elemenata „6“, „7“ i „8“ na svim segmentima za pojedinu cijev, koji je uvećan 6 puta radi uračunavanja djelovanja simetrične polovice i zajedničkog djelovanja sve 3 cijevi.

#### ***3.4.4. Temperature segmenata zidova i prozora***

Na analogan način moguće je proračunati i izraziti i temperature svakog segmenta unutar zidova i prozora, no iako su te temperature bitne radi proračuna toplinskih tokova prema van, njihovi iznosi nisu od važnosti za ovaj rad, pa neće biti prikazane.

## 4. REZULTATI

Prije svega, potrebno je definirati snagu grijača koji zagrijava vodu. Njegov raspon snage koju može predavati vodi je od 4400 do 14000 W. Taj se parametar prilikom proračuna različitih slučajeva neće mijenjati. Paljenje, odnosno gašenje grijanja definirano je termostatom. Podešena je temperatura u iznosu 21,5 °C, i to tako da se grijanje pali kada temperatura zraka padne ispod 21 °C, a gasi kada premaši 22 °C. Ti parametri se također neće mijenjati. Parametri koji će se mijenjati kako bi se opisalo ponašanje sustava podnog grijanja, i određene mogućnosti uštede su količina protoka vode, temperatura vode na polazu te debljina betonske glazure. Za trajanje procesa određen je vremenski interval u iznosu 150 sati. Pošto je u proračunu korišten samo kritični slučaj, odnosno projektna vanjska temperatura je uzeta konstantnom, nema potrebe za vezanjem potrošnje energije na interval poput jednog dana, tjedna dana ili cijele sezone grijanja. Interval od 150 sati je, stoga, izabran u svrhu ostvarivanja ustaljenog profila promjene temperature u prostoriji, odnosno dobivanja ustaljene harmonijskog oscilatornog profila temperature.

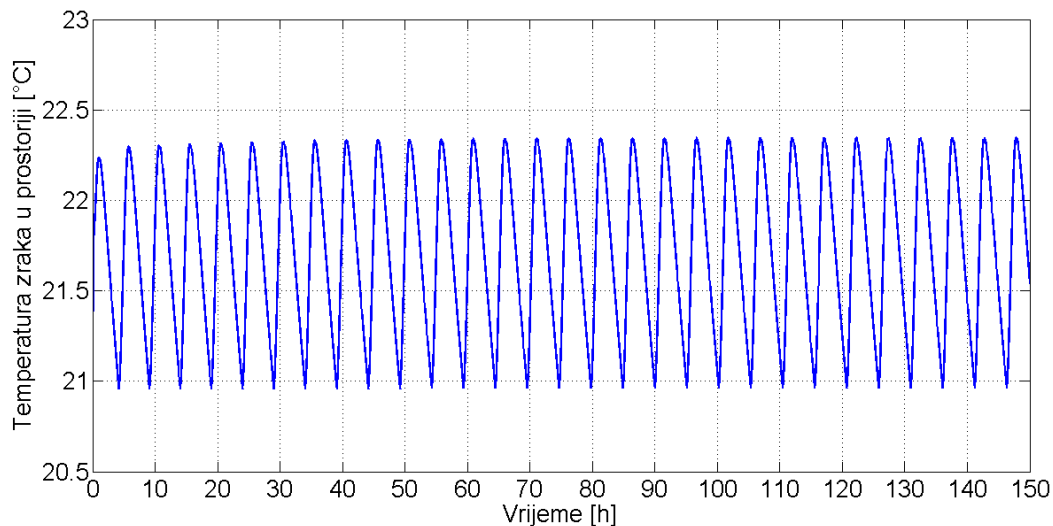
### 4.1. Odabrano referentno stanje

Referentno stanje odabrano je u svrhu pokazivanja uobičajenog ponašanja sustava podnog grijanja te kako bi se odmah objasnio način na koji je sustav pogonjen. Za referentno stanje odabrani su sljedeći podaci:

- 1) brzina strujanja vode u cijevima:  $v_w = 1 \text{ m/s}$
- 2) visina betonske glazure:  $2 \cdot gl = 0.07 \text{ m}$
- 3) maksimalna temperatura vode na polazu:  $T_{01} = 33 \text{ °C}$

Dobiveni odziv temperature zraka u prostoru za zadani interval iznosi:



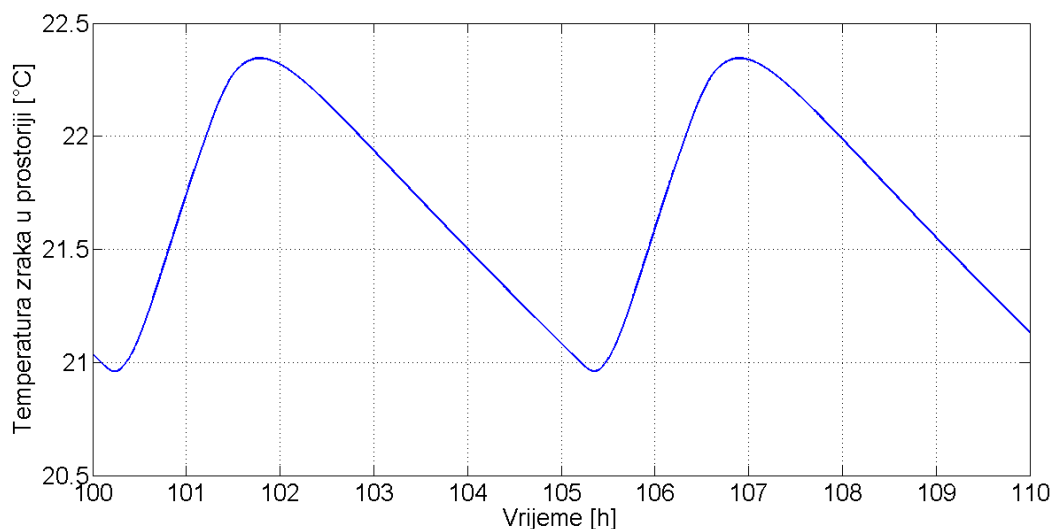


*Dijagram 2. Odziv temperature zraka u prostoriji za referentni slučaj*

Dijagram 1. pokazuje više pojava koje nastaju pri podnom grijanju prostora. Tokom prvih nekoliko ciklusa još se odvijaju prijelazne pojave, koje vrlo brzo iščezavaju, i vremenski interval se čini nepotrebno prevelikim, no toliki vremenski interval će biti potreban kod kasnije prikazanih primjera koji pokazuju veću inerciju. Unatoč definiranju termostata u prostoriji koji pali grijanje na 21 °C, a gasi na 22 °C, očigledna su odstupanja temperature zraka i izvan tih vrijednosti. Kada temperatura zraka u prostoriji uslijed toplinskih gubitaka padne ispod 21 °C, grijač vode se pali i zagrijava ju trošeći pritom snagu koja može varirati između njegove minimalne i maksimalne snage, ali tako da nikada ne prijeđe zadanu maksimalnu temperaturu polaza u iznosu 33 °C. U trenutku kada se grijač upali, toplina koju je poprimila voda vrlo brzo prelazi na sloj betona, a sa njega na zrak, grijući ga sve do 22 °C, odnosno do gašenja grijača. Zbog relativno dobre toplinske provodljivosti betona i visokog udjela zračenja pri prijelazu temperature na zrak, temperatura zraka ne pada znatno ispod 21 °C, već signal o promjeni temperature vode dolazi relativno brzo pa dodatan pad temperature zraka ispod 20 °C iznosi svega ~50 mK. Kod slučaja gašenja grijanja pri 22 °C, slučaj je drugačiji. Naime, poanta podnog grijanja je u korištenju betonske glazure kao spremnika topline, koji i nakon isključenja grijanja još uvijek može predavati toplinu zraku te omogućuje znatne prekide u trajanju grijanja. Za prijenos topline prema zraku potrebna je viša temperatura površine poda od temperature zraka. Sve dok je grijanje uključeno, površini poda se dovodi više topline nego što ona može u tom trenutku predati zraku, pa joj temperatura raste. U trenutku isključenja grijanja, u sloju betona je još uvijek sadržana velika količina toplinske energije, a i temperatura površine poda je tolika, da s visokim gradijentom temperature nastavlja predavati toplinu zraku. Stoga i nakon trenutka postizanja 22 °C,

odnosno trenutka automatskog gašenja grijanja, temperatura zraka nastavlja rasti. Taj rast će trajati toliko dugo, koliko je temperatura površine poda toliko visoka, da i dalje predaje zraku u prostoriji više topline nego što putem toplinskih gubitaka odlazi u okoliš. Duljina trajanja rasta proporcionalna je količini toplinske energije koja je akumulirana u podu. U trenutku izjednačenja toplinskih dobitaka i toplinskih gubitaka, dolazi do maksimuma temperature zraka u prostoriji. Nakon tog trenutka, toplinski gubici nadjačavaju toplinske gubitke te temperatura zraka pada sve do ponovnog uključivanja grijanja na 21 °C (odnosno temperatura pada i nekoliko trenutaka kasnije, kao što je već pojašnjeno). Toplinski dobitci postoje i tokom perioda hlađenja zraka u prostoriji, ali su znatno smanjeni uslijed potrošnje akumulirane topline, zbog čega pada i temperatura poda. Smanjenjem temperature zraka na 21 °C dolazi do ponovnog uključivanja grijanja te sustav ponovno prolazi isti ciklus.

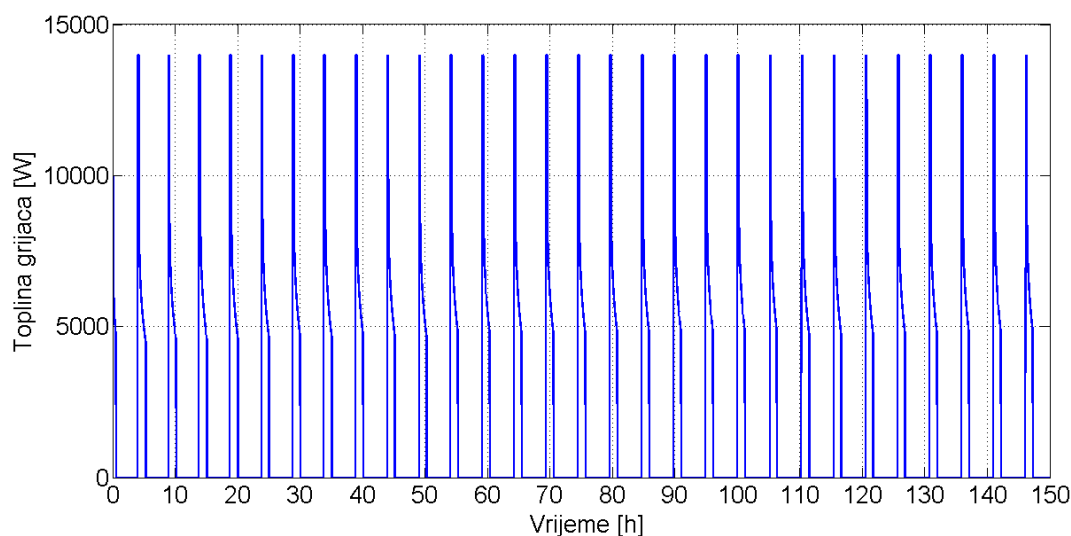
Dijagram 1. pokazuje da neželjeno pregrijavanje zraka u prostoru ne prelazi 0,35 °C, što je u pogledu toplinske ugodnosti praktički neprimjetna razlika. Pregrijavanje je neželjeno primarno radi toga što uslijed više temperature zraka dolazi do većih gubitaka topline prema vanjskom okolišu.



*Dijagram 3. Detalj profila temperature referentnog slučaja*

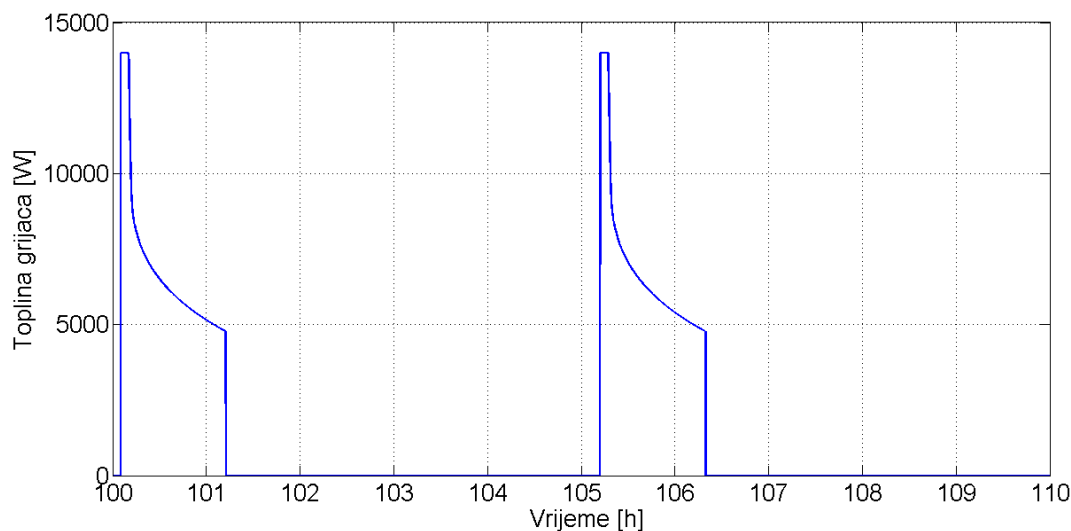
Dijagram 2. pokazuje ponašanje temperature zraka za referentni slučaj, ali samo između 100 i 110 sati. Taj je interval prikazan pošto se u grijanje pali vrlo blizu 100. satu, a profil temperatura je već izobražen. Može se približno očitati jedan period grijanja, koji je nešto veći od 5 sati. To znači da se grijanje pali tek svakih 5 sati, a jedan period grijanja traje približno sat vremena (očitan od 90 sati, kada je grijanje upaljeno do postizanja temperature zraka u iznosu 22 °C). To znači da približno 80% vremena grijanje uopće nije uključeno, već

se koristi akumulirana toplina. Kako bi se bolje prikazala snaga grijača koja se koristi, slijedi pripadajući dijagram.



*Dijagram 4. Toplina grijača za referentni slučaj*

Dijagram topline grijača jasno ukazuje na to koliko se energije troši za grijanja prostora u kojem trenutku. Kako prikaz sa toliko perioda paljenja i gašenja nije dovoljno pregledan za objasniti određene pojave do kojih dolazi, za to će se ponovno koristiti detalj između 90 i 100 sati, kada je profil već izobražen.



*Dijagram 5. Detalj prikaza topline grijača za referentni slučaj*

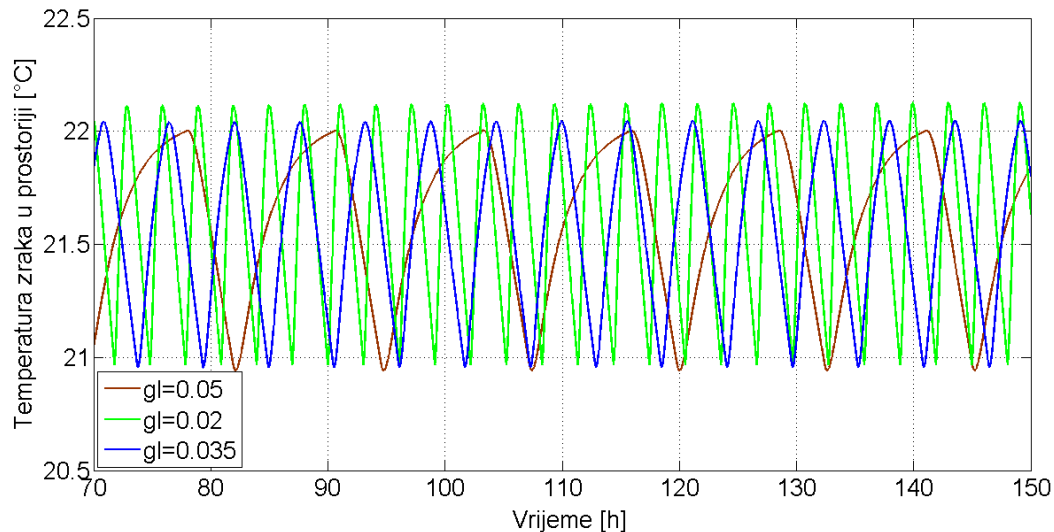
Iz ovog je prikaza puno jasnija tvrdnja da jedan period grijanja traje približno 5 sati. Grijač svo vrijeme radi sa ograničenjem temperature polaza u iznosu 33 °C. Vidimo da je u trenutku paljenja grijanja snaga grijača maksimalna (14 kW). Nakon nekoliko trenutaka rada grijača,

kada voda napravi puni krug kroz snop cijevi te se vrati do grijača, temperatura joj je znatno viša nego u trenutku početnog paljenja. Grijač je definiran tako da se trenutno prilagođava temperaturi pridošle vode kako se ne bi prekoračilo temperaturno ograničenje. Dakle, nakon svega nekoliko krugova prolaza vode kroz snop cijevi, odnosno uslijed jednako toliko prolazaka kroz grijač, temperatura vode naraste toliko da bi daljnjim radom grijača pri punom opterećenju prelazila zadano ograničenje. Tada, kako i dijagram 5. pokazuje, snaga koju grijač predaje vodi naglo pada. Daljnjim procesom grijanja, dolazi do progrijavanja betonske glazure (temperatura raste cijeloj mreži geometrijskih elemenata), a kako je logično da uz manju temperaturnu razliku između vode (kojoj je tada temperatura na polazu 33 °C) i susjednih elemenata kojima predaje toplinu pada toplinski tok koji se predaje, tako dolazi i do manjeg ohlađivanja vode prilikom prolaska kroz cijevni snop te grijač daje sve manju snagu. U referentnom slučaju je pad snage sve do snage koja je nešto veća od minimalne (do otprilike 4700 W). Ukoliko bi potrebna snaga u nekom trenutku bila manja od minimalne za koju je grijač dimenzioniran, on bi se automatski gasio te bi čim bi se voda dovoljno ohladila, ponovno upalio. Time dolazi do učestalog paljenja i gašenja grijača, koje je svakako poželjno izbjeći, jer dovodi do češćih kvarova, i općenito kraćeg životnog vijeka grijača.

Za referentni slučaj se neće prikazivati potrošnja energije, jer je za točan izračun potrošnje energije potrebno točno uvrstiti promjene temperature vanjskog zraka, insolacije i ostalih vanjskih uvjeta, i to za cijeli period promatranja (nekoliko dana, tjedan, cijela sezona grijanja). To nije tema ovog rada, pa bi bilokakav rezultat bio potpuno beznačajan. No, u daljnjim usporedbama ponašanja sustava na određenu promjenu ulaznih parametara, računati će se i potrošnja energije, čiji je iznos također potpuno beznačajan, ali je ogledan u smislu usporedbe različitih parametara.

#### **4.2. Promjena visine glazure**

Prvi parametar koji će se mijenjati je visina glazure. Biti će prikazane tri krivulje: krivulja referentne, više ( $2 \cdot gl = 0.1 \text{ m}$ ) i niže ( $2 \cdot gl = 0.04 \text{ m}$ ) visine glazure. No, bit će promijenjen i parametar ograničenja temperature vode na polazu, koja će biti ograničena na 30 °C. Ta će temperatura vrijediti za sva tri slučaja, a uvrštena je zbog poboljšanja prikaza djelovanja promjene visine glazure na ponašanje sustava podnog grijanja. Parametar brzine strujanja vode ostaje isti kao i u referentnom slučaju.

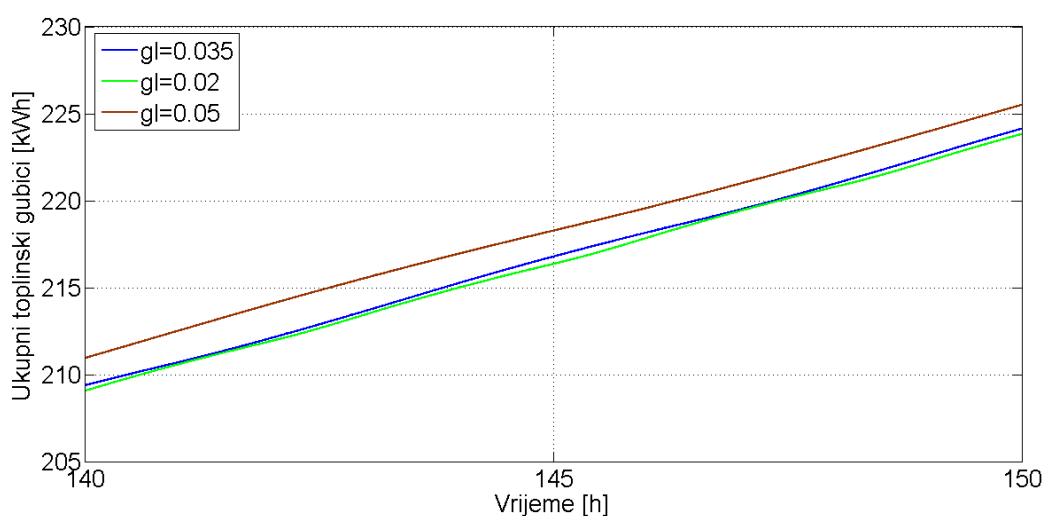


*Dijagram 6. Odzivi temperature zraka pri promjeni visine glazure*

Dijagram 6. prikazuje kako se mijenjaju oscilacije temperature zraka u prostoriji sa promjenom visine glazure. Dijagram je pokazan samo za period između 70 i 150 sati iz razloga što su tada profili temperatura već skoro pa potpuno izobraženi, a zadržavaju svojstvo preglednosti. Iz dijagrama se može iščitati više različitih posljedica promjene visine glazure. Usporedbom vršnih vrijednosti temperatura u zraku očito je da vršna vrijednost temperature pada s povećanjem visine glazure. Tomu je razlog činjenica da se kod veće visine glazure povećava njena masa, pa je potrebno dulje vrijeme da se progrije. Pošto se cijelo to vrijeme grijanja predaje toplina prema zraku, tako i temperatura zraka raste, ali je uslijed sporijeg progrijanja mase manja temperaturna razlika između temperature površine poda i temperature zraka te proces grijanja zraka dulje traje. Samim time, u trenutku gašenja grijanja (trenutku postizanja temperature zraka od 22 °C) je manja i temperatura površine poda, pa je dodatni prirast temperature zraka također manji. Za slučaj smanjenja visine glazure, dolazi do suprotnog ponašanja. U trenutku postizanja temperature ponovnog paljenja grijača, „signal“ u obliku temperaturnog gradijenta, odnosno provođenja topline, počinje se slati prema površini te dalje prema zraku u prostoriji. Povećanjem visine glazure, povećava se i put koji taj „signal“ mora proći, a i masa koju treba progrijati da bi stigao do površine. Radi toga je uočljiv najveći pad temperature ispod 21 °C za slučaj najviše visine glazure.

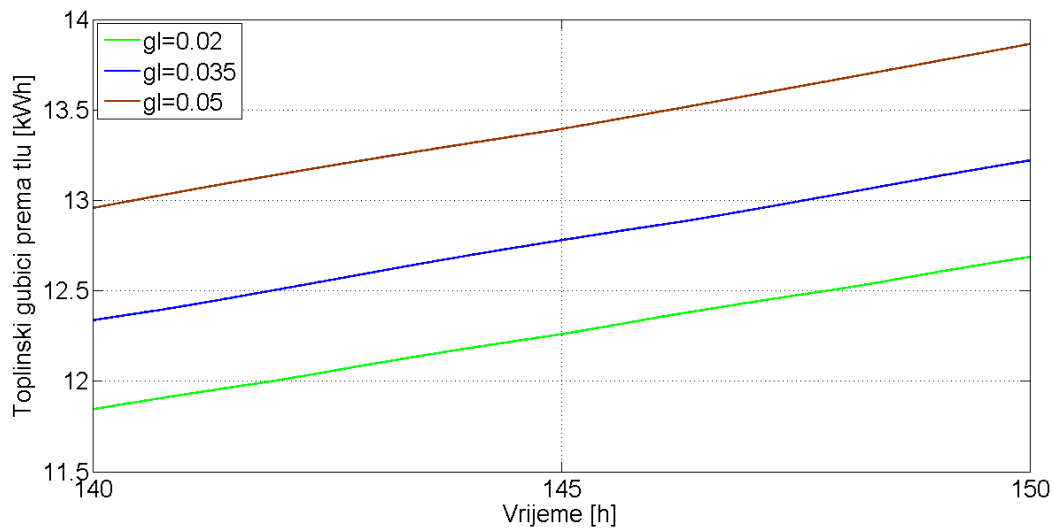
Nadalje, povećanjem visine glazure povećava se i masa betonske glazure koja akumulira energiju. Progrijavanjem te mase (koje je, kao što je objašnjeno, sporije), u njoj se akumulira znatno veća količina topline nego kod slučajeva manje visine glazure. Stoga je i vrijeme koje je potrebno da se grijač nakon gašenja ponovno upali znatno veće.

Ugradnjom velike visine glazure (oko 10 cm) moguće je ostvariti veliku akumulaciju topline u njejoj masi. Za takvu masu potrebno je dugotrajno grijanje (oko 9 sati prema dijagramu 6.), ali nakon prestanka grijanja može proći dugo vrijeme do ponovnog paljenja grijanja. Uz uračunavanje promjene vanjske temperature tokom dana te ostalih vanjskih utjecaja (vjetar, insolacija), postoji mogućnost da bi se ostvario sustav podnog grijanja koji bi toplinu dovodio pomoću npr. dizalice topline, koji bi se mogao podesiti tako da grije vodu samo za vrijeme niže cijene električne energije, odnosno po noći, a po danu kada su i vanjske temperature više i postoji toplinski dobitak od insolacije, iskorištava akumuliranu toplinu u visokom sloju betonske glazure. Time bi pogonski troškovi grijanja bili znatno niži.



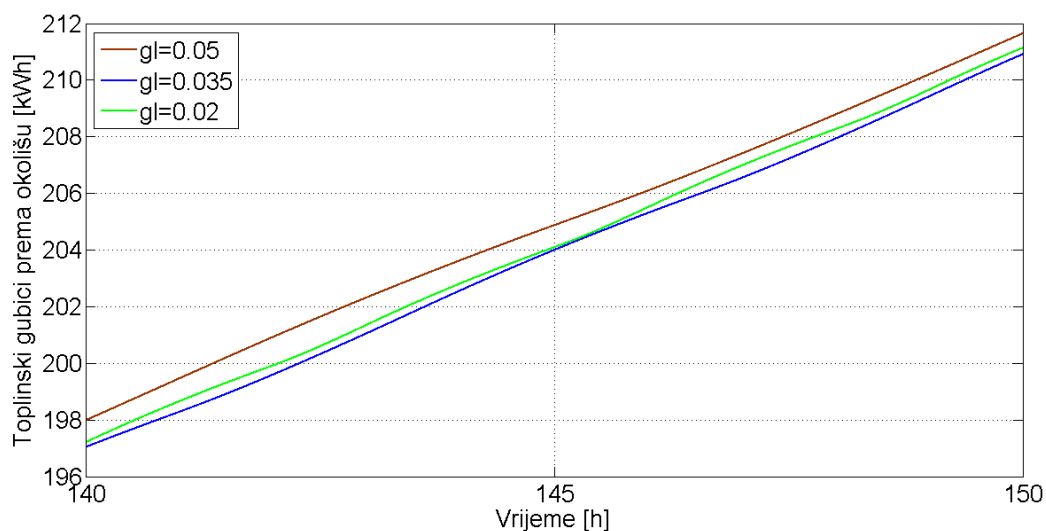
*Dijagram 7. Ukupni toplinski gubici pri promjeni visine glazure*

Za prikaz toplinskih gubitaka uzet je samo interval od posljednjih 10 sati simulacije, pošto su vrijednosti toliko bliske da se na cijelom vremenskom intervalu ne vidi očita razlika. Tako će biti i za usporedbu toplinskih gubitaka u ostalim slučajevima. Dijagram 7. pokazuje da najveći gubici nastaju kod najveće visine glazure, iako ne nastaje značajna razlika (red veličine 2 kWh na 150 sati). No, kako bi se utvrdilo koji gubici više utječu na razliku, potreban je odvojeni prikaz gubitaka prema tlu i gubitaka prema okolišnjem zraku. Temeljna je razlika tih gubitaka to što gubici prema tlu nastaju uslijed izmjene topline provođenjem između najnižeg sloja geometrijskih elemenata i tla pretpostavljene konstantne temperature 10 °C.



*Dijagram 8. Toplinski gubici prema tlu pri promjeni visine glazure*

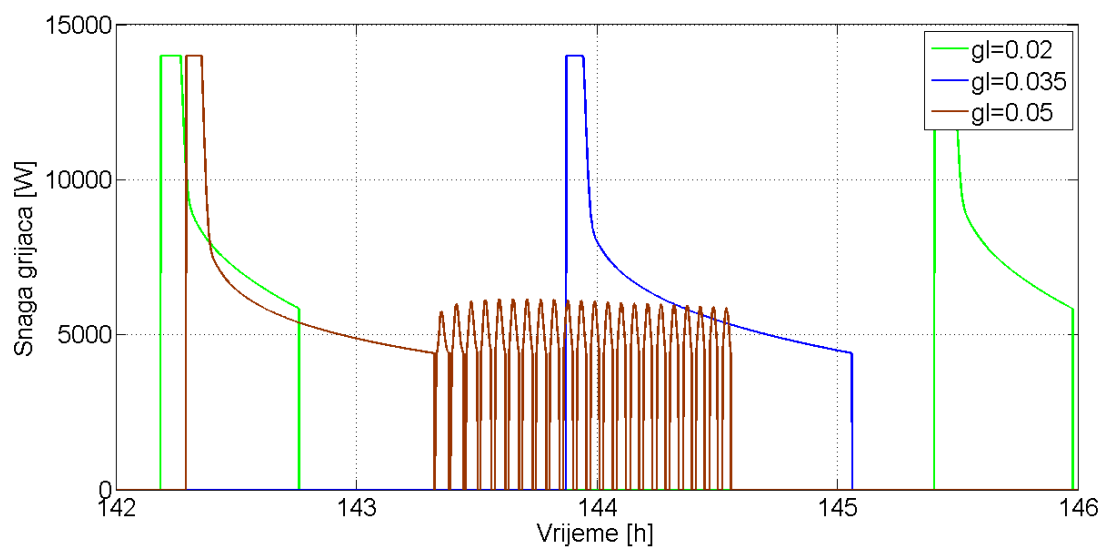
Dijagram 8. pokazuje da su toplinski gubici prema tlu proporcionalni s povećanjem visine glazure. Do toga dolazi uslijed toga što je pri povećanju visine glazure manji udio hlađenja tokom rada. Samim time je veći udio vremena grijanja, kada je temperatura vode viša uslijed rada grijača, pa je veći i udio vremena kada je temperaturni gradijent prema tlu značajniji te dolazi do većeg toplinskog toka.



*Dijagram 9. Toplinski gubici prema okolišu pri promjeni visine glazure*

Dijagram 9. pokazuje kako su i gubici topline prema okolišu veći za višu glazuru. Također je razlika između najviše i najniže ispitivane glazure reda veličine 1 kWh. No, ovdje je razlika manje značajna pošto se radi o znatno manjem postotku nego kod gubitaka prema tlu (1 kWh u usporedbi s 210 kWh u odnosu na 1 kWh u usporedbi s 13 kWh). Uzrok ovom gubitku je taj

što je osrednjena temperatura zraka u prostoriji viša. To na prvi pogled zvuči nelogično, pošto je i minimum temperature i maksimum temperature niži kod najviše glazure. No, vidljivo je iz dijagrama 6. da se krivulja temperature za najvišu glazuru približavanjem temperaturi od 22 °C očigledno približava i svojoj temperaturi zasićenja. Uslijed približavanja temperaturi zasićenja (na kojoj bi se profil temperature ustalio u beskonačnosti) znatno se produljuje vrijeme zagrijavanja, i to pogotovo u konačnoj fazi zagrijavanja, kad je temperatura zraka već blizu 22 °C. Sustav kojemu je temperatura do koje grije vrlo blizu temperature zasićenja teško bi se prilagodio uvjetima lošijim od projektnih, ali je za veliku većinu slučajeva najbolje dimenzioniran.



Dijagram 10. Snaga grijača tokom jednog ciklusa ovisno o visini glazure<sup>11</sup>

Dijagram 10. pokazuje kako režim rada grijača ovisi o promjeni visine glazure. Usporedbom režima rada pri visinama glazure u iznosu  $2 \cdot gl = 0.04 \text{ m}$  i  $2 \cdot gl = 0.07 \text{ m}$ , jasno je kako povećanjem visine glazure iznad cijevi raste i trajanje uključenosti grijača, što je logično s obzirom na veću masu koju je potrebno progrijati, i čija površina sporije predaje toplinu zraku. Daljim povišenjem glazure, temperatura vode na povratu je tolika da bi grijač pri minimalnoj snazi premašio dozvoljenu temperaturu na povratu, te dolazi do gašenja grijača. Pošto temperatura zraka još nije dostigla zadanu, a voda se hladi, grijač se u jednom trenutku ponovno pali, ali samo nakratko, pošto se vrlo brzo ponovno uspostavlja temperatura vode na povratu pri kojoj se grijač gasi. Time grijač ulazi u režim u kojemu se učestalo pali i gasi, što je potrebno izbjeći, jer šteti grijaču i skraćuje mu životni vijek. Može se, dakle, zaključiti kako prekomjerno povećavanje visine glazure može dovesti do neželjenog učestalog paljenja i

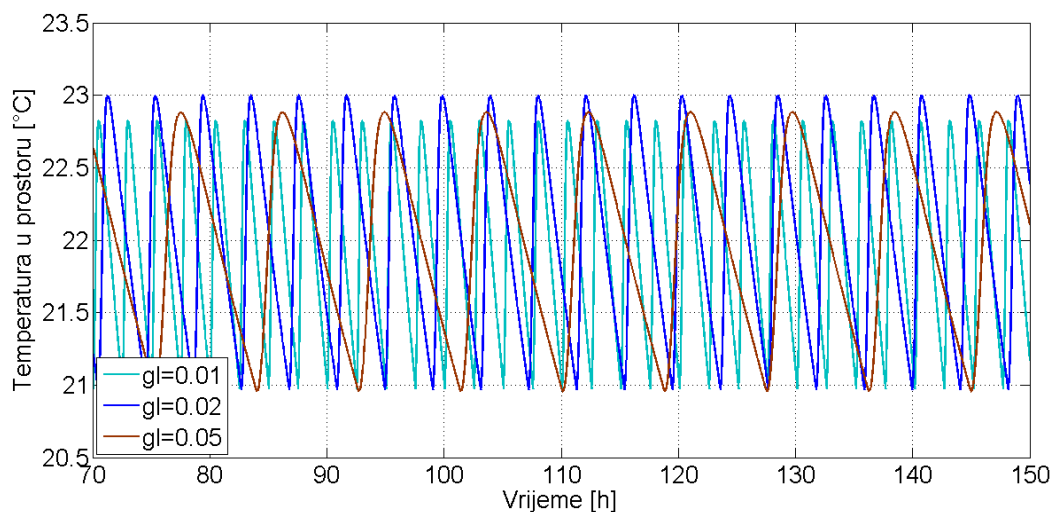
<sup>11</sup> Napomena: Radi čitljivijih rezultata, temperatura polaza je određena  $T_{01} = 32,5 \text{ °C}$



gašenja grijača.

#### 4.2.1. Pojava maksimuma vršne temperature

Prema zaključcima iz prethodne analize, vršna temperatura u prostoriji raste smanjenjem visine betonske glazure. Tome smisao daje činjenica da smanjenjem visine glazure raste brzina zagrijavanja prostora, a samim time i temperatura površine te se nakon gašenja grijanja toplina još kratko vrijeme predaje prostoru (jer akumulacija nije znatna), sa velikim temperaturnim gradijentom, i radi toga raste maksimalna temperatura u prostoriji.



Dijagram 11. Prikaz postojanja maksimuma vršnih temperatura<sup>12</sup>

Dijagram 11., međutim, opovrgava tu tvrdnju. Jasno se vidi kako smanjenjem visine glazure sa vrijednosti  $2 \cdot gl = 0.04$  m na  $2 \cdot gl = 0.02$  m dolazi do pada vršne temperature prostora. Razlog tomu je što temperatura poda očito nije jedini faktor koji utječe na vršnu temperaturu. Naime, dodatnim smanjenjem visine glazure temperatura poda znatno raste, ali još znatnije se smanjuje masa betonske glazure, a samim time i toplina koja se u njoj može akumulirati. Iz toga se može zaključiti da postoji određena optimalna kombinacija tih faktora (vršne temperature poda i akumulirane topline), pri kojoj dolazi do maksimalne vršne temperature prostorije. No, iako je ta činjenica tehnički neuporabiva, pošto se radi o temperaturnim razlikama koje često nisu niti mjerljive, govori mnogo o ponašanju sustava koji se pri svojem radu oslanjaju na akumulaciju toplinske energije.

#### 4.3. Promjena temperature polaza

Za analizu djelovanja promjene temperature vode na polazu na ponašanje sustava koristit će

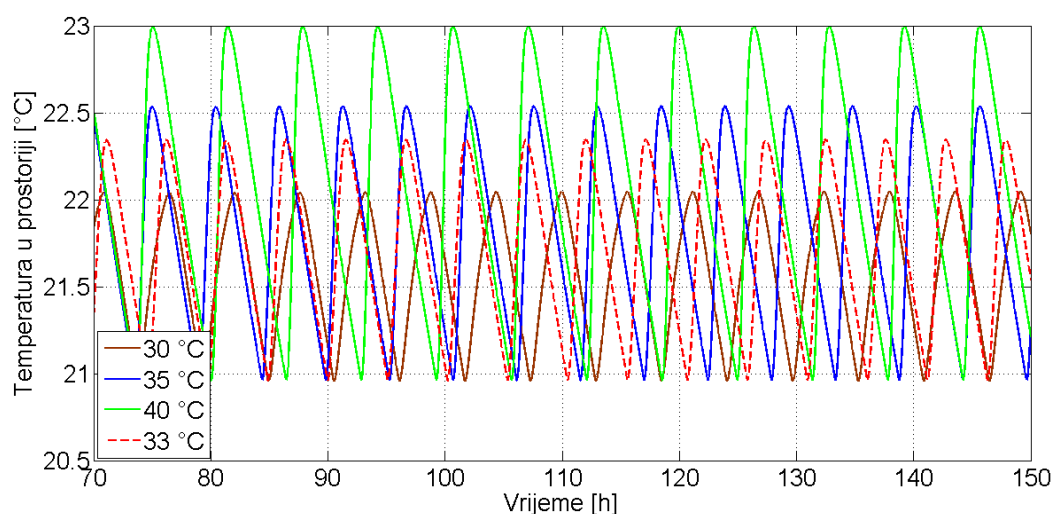
<sup>12</sup> Napomena: Za izradu ovog dijagrama korištena je temperatura na polazu  $T_{01} = 40$  °C kako bi odzivi bili očitiji

se referentna visina glazure ( $2 \cdot gl = 0.07 \text{ m}$ ) te referentna brzina strujanja vode ( $v_w = 1 \text{ m/s}$ ).

Za temperaturu polaza bit će uzete sljedeće temperature:

- 1)  $T_{01} = 30^\circ\text{C}$
- 2)  $T_{01} = 35^\circ\text{C}$
- 3)  $T_{01} = 40^\circ\text{C}$

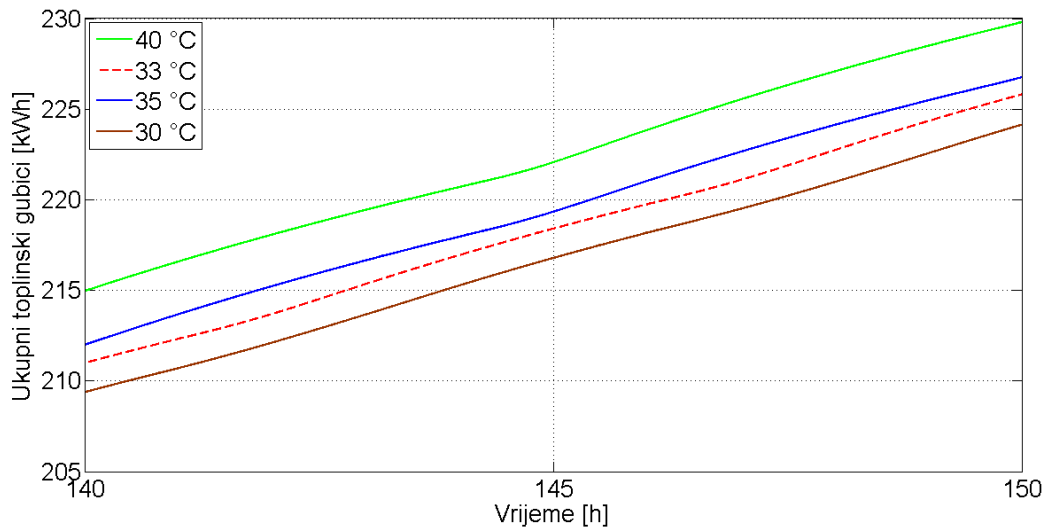
Uz te tri karakteristične temperature, isprekidano će biti prikazano referentno ponašanje sustava, za temperaturu  $T_{01} = 33^\circ\text{C}$ .



*Dijagram 12. Odzivi temperature zraka pri promjeni temperature polaza*

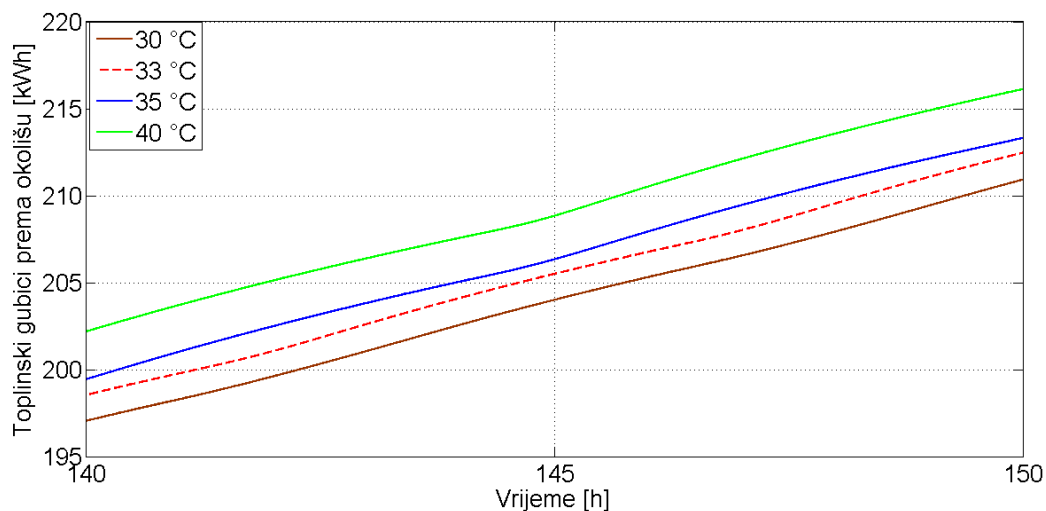
Dijagram 12. dovodi do zaključaka koji su mogli lako biti predviđeni temeljem prethodnih analiza. Ono što se prvo primjećuje iz dijagrama je činjenica da povećanjem temperature polaza raste i neželjeno pregrijavanje prostora. Uzrok tomu je brže progrijavanje betonske mase uslijed većeg temperaturnog gradijenta između temperature vode i temperature zraka, uslijed čega raste i temperatura površine poda, koja pri isključivanju nastavlja predavati toplinu zraku sa većim gradijentom, kao što je već prethodno detaljnije objašnjeno. Drugi zaključak koji se može izvući, a možda na prvu pomisao i nije logičan, je to da se frekvencija paljenja i gašenja grijanja ne mijenja značajno s promjenom. Naime, uzrok tomu je činjenica da pri nižoj temperaturi polaza, pri približavanju temperaturi zraka  $22^\circ\text{C}$ , dolazi i do približavanja temperaturi zasićenja, što značajno usporava grijanje. Pošto se radi o jednakoj masi, hlađenje za nižu temperaturu polaza kreće s niže temperature, pa kraće i traje. Kod više temperature polaza situacija je obrnuta, zagrijavanje je kraće radi većeg temperaturnog

gradijenta, ali tada se postiže i viša vršna temperatura, pa je hlađenje nešto sporije. Prebrojavanjem perioda u prikazanom intervalu dolazi se do zaključka da se pri referentnoj temperaturi polaza pojavljuje najveći broj perioda, što znači da se postiže optimalan omjer udaljenosti od temperature zasićenja i pregrijavanja nakon gašenja sustava grijanja.



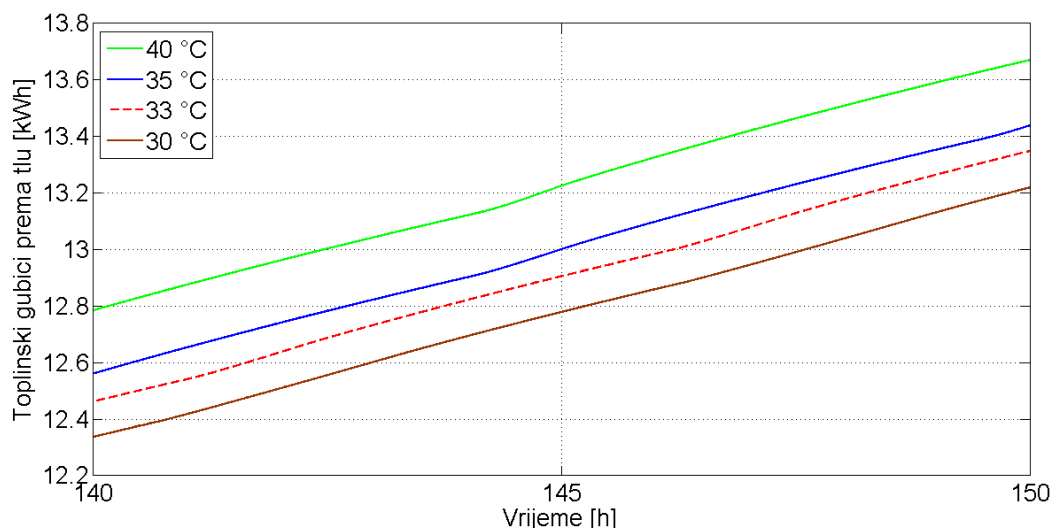
*Dijagram 13. Ukupni toplinski gubici pri promjeni temperature polaza*

Dijagram 13. pokazuje očekivanu razliku u toplinskim gubicima, tj. da ukupni toplinski gubici rastu s porastom temperature vode na polazu. Vidljivo je da su ukupne razlike između toplinskih gubitaka značajnije u odnosu na prošlu analizu, što znači da temperatura polaza vode značajnije utječe na toplinske gubitke u odnosu na promjenu visine glazure. No, kako bi se utvrdilo kolika je količina te razlike uslijed gubitaka prema tlu, a kolika prema vanjskom zraku, potrebno je prikazati zasebne dijagrame.



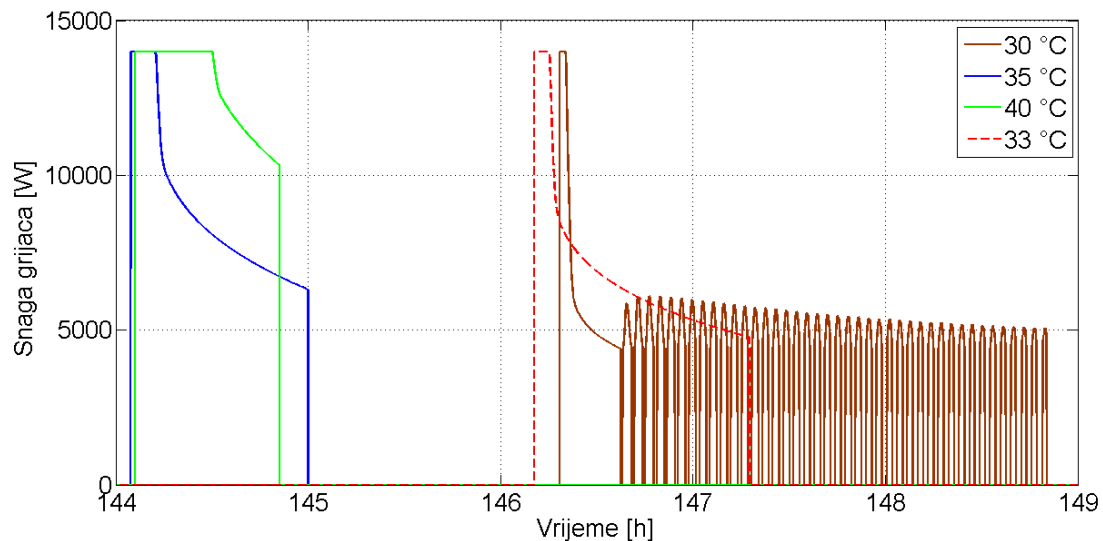
*Dijagram 14. Toplinski gubici prema okolišu pri promjeni temperature polaza*

Kako se dalo zaključiti iz prikaza temperatura (dijagram 12.), toplinski gubici prema vanjskom okolišu rastu sa porastom temperature polaza. Do toga dolazi uslijed povećanja srednje temperature zraka u prostoriji. Srednja temperatura je značajno viša kod viših temperatura polaza zbog svojih viših vršnih vrijednosti, uz otprilike jednak period jednog ciklusa grijanja i hlađenja.



*Dijagram 15. Toplinski gubici prema tlu pri promjeni temperature polaza*

Izgled dijagrama 15. također je sukladan očekivanjima. Gubici topline prema tlu rastu sa povećanjem temperature vode na polazu. Time raste temperaturna razlika u odnosu na temperaturu tla, a samim time i toplinski tok. Usporedbom dijagrama 14. i dijagrama 15. uočljivo je da veći utjecaj na toplinske gubitke ima neželjeno pregrijavanje prostorije nego toplinski gubici prema tlu. To je također očekivano zbog znatno manjeg iznosa toplinskih gubitaka prema tlu.



*Dijagram 16. Snaga grijača tokom jednog ciklusa ovisno o temperaturi polaza*

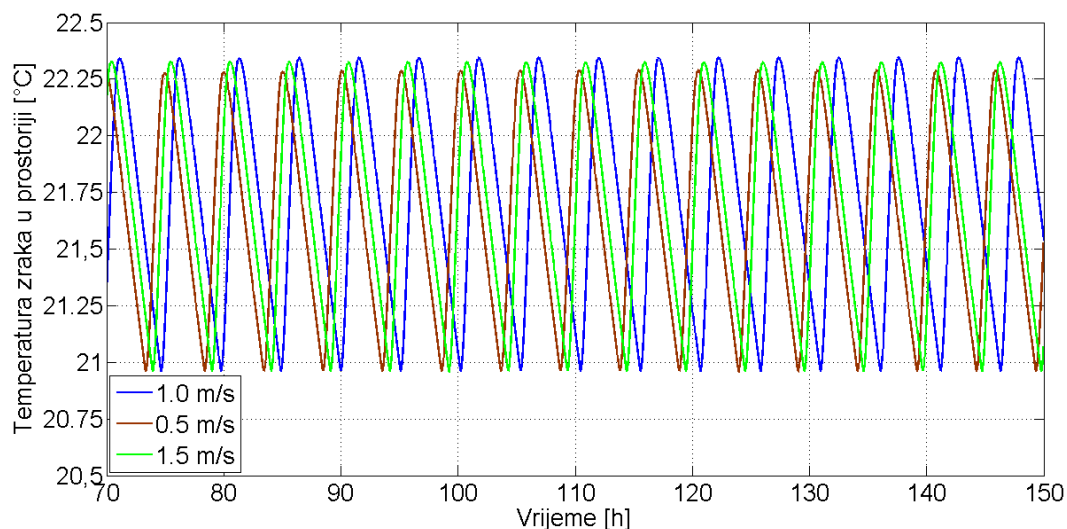
Kao što je moguće iščitati iz dijagrama 16., pri višim temperaturama polaza grijač znatno dulje radi pri maksimalnom opterećenju. Razlog tomu je što je početna temperatura vode znatno niža od one koja se maksimalno dozvoljeno postiže. Tada se i više topline odvodi od vode, pa se i pri samom grijanju u grijač vraća znatnije pothlađena. No, kako je temperatura polaza viša, tako se i betonska masa progrije na višu temperaturu, pa je kraće ukupno vrijeme uključenosti grijača. Smanjenjem temperature polaza smanjuje se i trajanje maksimalnog opterećenja, a raste vrijeme uključenosti grijača. Dodatnim smanjenjem temperature polaza dolazi se ponovno do slučaja repetitivnog paljenja i gašenja grijača. Uzrok tomu je niska temperatura polaza, uslijed koje se voda znatno manje ohlađuje pri prolazu kroz snop cijevi, te se grijač gasi. Proces učestalog paljenja i gašenja vrši se sve dok se ne postigne željena temperatura zraka, pri kojoj se grijač gasi. Repetitivno paljenje i gašenje događa se pri svakom radnom ciklusu podnog grijanja.

#### **4.4. Promjena brzine strujanja vode**

Posljednja analiza koja će se izvršiti u sklopu ovog rada je analiza utjecaja promjene brzine strujanja vode na ponašanje sustava podnog grijanja. Pritom će ostali promjenjivi parametri biti jednaki kao i za referentni slučaj ( $2 \cdot g_l = 0.07 \text{ m}$  i  $T_{01} = 33^\circ\text{C}$ ). Općenito, smanjenje brzine strujanja vode je poželjno kako bi se spriječilo nastajanje buke, koja narušava kvalitetu boravka u prostoriji. Brzina strujanja poprimat će tri različite vrijednosti:

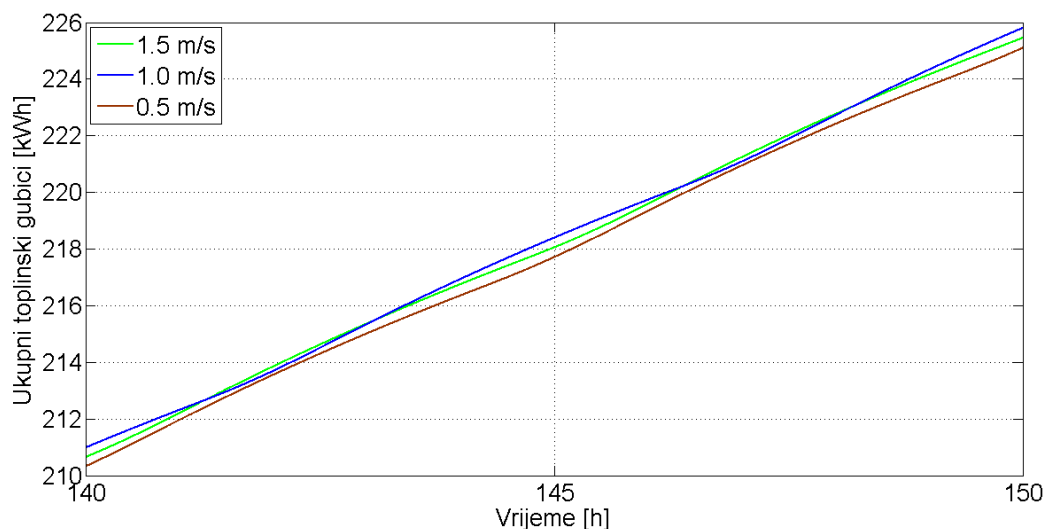
- 1)  $v_w = 0.5 \text{ m/s}$
- 2)  $v_w = 1 \text{ m/s}$  (referentni slučaj)

3)  $v_w = 1.5 \text{ m/s}$



*Dijagram 17. Odzivi temperature zraka pri promjeni brzine strujanja vode*

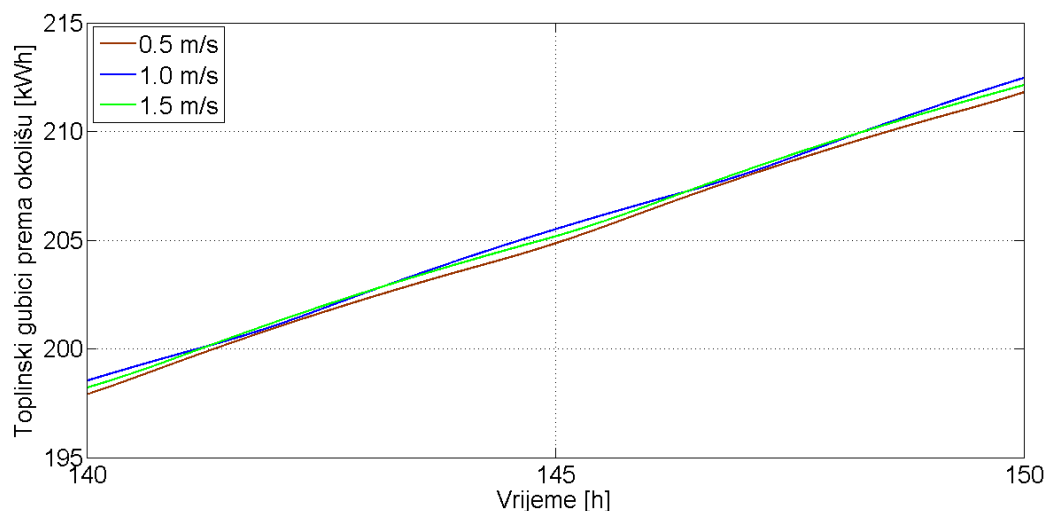
Dijagram 17. prikazuje utjecaj promjene brzine strujanja vode na kretanje temperature unutar prostorije. Prvo što se primjećuje je činjenica da svaka krivulja ima približno jednaki period. Iako razlike između vršnih vrijednosti temperatura nisu značajne, može se vidjeti kako najvišu vršnu temperaturu postiže referentna brzina strujanja (1 m/s). Uzrok tomu bi trebao biti jasniji nakon analize toplinskih gubitaka.



*Dijagram 18. Ukupni toplinski gubici pri promjeni brzine strujanja vode*

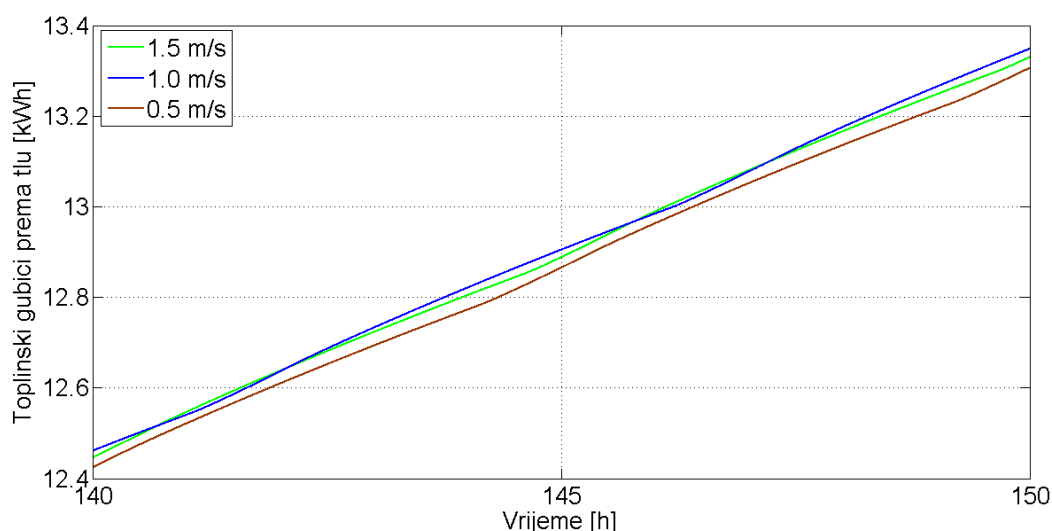
Dijagram 18. prikazuje kako se pri brzinama krivulje ukupnih toplinskih gubitaka presijecaju, što bi značilo da činjenica koji slučaj ostvaruje veće gubitke u danom trenutku ovisi isključivo o njihovom faznom pomaku, koji je vidljiv u dijagramu 15. Krivulja gubitaka za najnižu

brzinu vrtnje je na cijelom prikazanom periodu najniža, ali se ne udaljava primjetno od ostalih te im se čak u određenim trenucima približava. Postoji, stoga, mogućnost da je jedini uzrok tome što je ta krivulja na cijelom periodu niža od ostalih nesavršenost početnih uvjeta.



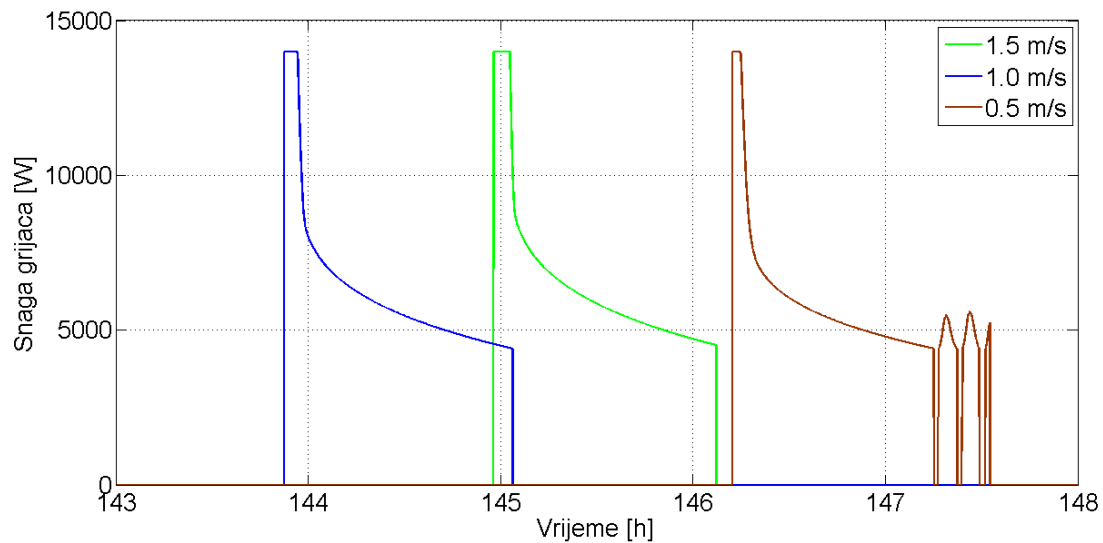
*Dijagram 19. Toplinski gubici prema okolišu pri promjeni brzine strujanja vode*

Dijagram 19. ne pokazuje značajnu promjenu zaključaka u odnosu na dijagram 16.



*Dijagram 20. Toplinski gubici prema tlu pri promjeni brzine strujanja vode*

Dijagram toplinskih gubitaka pri promjeni brzine strujanja također ne pokazuje značajne razlike između toplinskih gubitaka u ovisnosti o brzini strujanja vode. Iz prethodna tri dijagrama (dijagrami 18., 19. i 20.) može se zaključiti da promjena brzine strujanja vode nema značajan utjecaj na toplinske gubitke, a iz dijagrama 17. da ne utječe znatno niti na temperaturu zraka u prostoru.



*Dijagram 21. Snaga grijača tokom jednog ciklusa pri promjeni brzine strujanja vode<sup>13</sup>*

Dijagram 21. pokazuje kako brzina strujanja vode, odnosno maseni protok, utječe na kretanje snage grijača tokom jednog ciklusa. Usporedbom krivulja može se uočiti kako povećanjem brzine strujanja raste i zadržavanje grijača na maksimalnoj snazi, a iako je kretanje pada snage sa maksimalne snage do prvog isključivanja vrlo slično, uočljivo je kako smanjenjem masenog protoka blago pada snaga pri kojoj dolazi do prvog isključivanja. Tako za slučaj minimalne brzine strujanja vode ( $v_w = 0.5 \text{ m/s}$ ) dolazi do nekoliko ciklusa uključivanja i isključivanja grijača. No, kako njihov broj nije značajan, a kako se niti ponašanje krivulja snaga grijača ne razlikuje znatno pri promjeni brzine strujanja vode, može se zaključiti kako brzina strujanja niti ovdje nema značajnog utjecaja.

Sukladno malom, ili čak beznačajnom, utjecaju na ponašanje sustava podnog grijanja, slijedi zaključak kako brzina strujanja vode, odnosno maseni protok, najznačajniji utjecaj ima na proračun pada tlaka u sustavu potrebnog za dimenzioniranje pumpe.

<sup>13</sup> Radi kvalitetnijih rezultata, računata temperatura polaza iznosi  $T_{01} = 32,5 \text{ °C}$



## 5. ZAKLJUČAK

Ovim radom ispitan je utjecaj promjene različitih parametara kod sustava podnog grijanja. Promatrao se utjecaj visine glazure, temperature vode na polazu i brzine strujanja vode (odnosno masenog protoka).

Provođenjem proračuna za različite promjene ovih parametara, mogu se izvući sljedeći zaključci:

- 1) Promjenom visine betonskog sloja ponajviše se utječe na period jednog ciklusa grijanja prostora do temperature gašenja grijanja te hlađenja do ponovnog paljenja. Porastom visine glazure raste masa koju je potrebno progrijati, a koja direktno povećava inerciju sustava i period jednog ciklusa raste. Uz to, porastom debljine glazure rastu i toplinski gubici (i prema tlu i prema okolišu). Također, smanjenjem visine glazure raste vršna temperatura zraka, sve do određene vrijednosti kada se ponovno počne smanjivati. Uzrok tome maksimumu je optimalan omjer između temperature poda i količine topline akumulirane u betonskoj masi. Rastom debljine betonske glazure može se, također, uzrokovati učestalo paljenje i gašenje grijača, koje je nepoželjno.
- 2) Najveća mogućnost za poboljšanjem ekonomske učinkovitosti je pronađena u korištenju sustava sa visokom glazurom, koji bi imali period jednog ciklusa grijanja i hlađenja u trajanju od 24 sata, a funkcionirali bi tako da električnu energiju potrebnu za pogon toplinske pumpe uzimaju noću, za vrijeme jeftinije tarife, a danju vrše grijanje na temelju akumulirane topline. Takvi bi sustavi trebali biti posebno prilagodljivi vremenskim uvjetima kako bi maksimalno iskorištavali jeftiniju električnu energiju.
- 3) Povećanjem temperature vode na polazu znatno rastu toplinski gubici, uz porast vršne temperature u prostoru, ali uz zanemariv utjecaj na period jednog ciklusa grijanja i hlađenja. Smanjenjem temperature vode na polazu može se doći u područje učestalih paljenja i gašenja grijača.
- 4) Promjena brzine strujanja vode nema praktično nikakav utjecaj niti na trajanje perioda ciklusa, na toplinske gubitke, a niti na pojavu učestalog paljenja i gašenja grijača. Jedini značajan utjecaj brzine strujanja vode odnosi se na pad tlaka u snopu cijevi, koji utječe na odabir odgovarajuće pumpe.

## LITERATURA

- [1] Balen, I.: Toplinska ugodnost, FSB Zagreb – interna skripta
- [2] [BeSWIC](#)
- [3] Državni hidrometeorološki zavod – tablični prikazi meteoroloških veličina, položaja i visina za klimatski mjerodavne meteorološke postaje
- [4] Balen, I.: Podjela sustava grijanja, FSB Zagreb – interna skripta
- [5] Balen, I.: Ogrjevna tijela, FSB Zagreb – interna skripta
- [6] [Danfoss – Underfloor heating](#)
- [7] Galović, A.: Termodinamika II, FSB Zagreb, 2014.
- [8] [https://hr.wikipedia.org/wiki/Podno\\_grijanje](https://hr.wikipedia.org/wiki/Podno_grijanje)
- [9] <http://viking.hr/proracun-energije/>
- [10] Halasz, B., Galović, A., Boras, I.: Toplinske tablice, FSB Zagreb, 2013.

## **PRILOZI**

### **I. CD-R disk**